

DER BREMSSTRAHLUNGSZERFALL $\mu \rightarrow e \nu \bar{\nu} \gamma$ DES MYONS und die Bestimmung des $\bar{\eta}$ Parameters

INAUGURAL-DISSERTATION

zur Erlangung der Philosophischen Doktorwürde
vorgelegt der Philosophischen Fakultät II
der Universität Zürich

von

WALTER EICHENBERGER

aus Luzern und Burg AG

Begutachtet von Herrn Prof. Dr. R. Engfer

aku-Fotodruck

Zürich 1981

DER BREMSSTRAHLUNGSZERFALL $\mu \rightarrow e \nu \bar{\nu} \gamma$ DES MYONS und die Bestimmung des $\bar{\eta}$ Parameters

INAUGURAL-DISSERTATION

zur Erlangung der Philosophischen Doktorwürde
vorgelegt der Philosophischen Fakultät II
der Universität Zürich

von

WALTER EICHENBERGER
aus Luzern und Burg AG

Begutachtet von Herrn Prof. Dr. R. Engfer

aku-Fotodruck

Zürich 1981



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41507218_0057

Meiner allerliebsten Regula



INHALTSVERZEICHNIS

1.	Einleitung und Zusammenfassung	3
2.	Der normale μ -Zerfall	6
3.	Der Bremsstrahlungszzerfall des Myons	10
	3.1 Der Bremsstrahlungszzerfall unpolarisierter Myonen	12
	3.2 Der Bremsstrahlungszzerfall polarisierter Myonen	21
	3.3 Voraussagen für die Parameter $\bar{\eta}$ und κ	32
4.	Messungen des Bremsstrahlungszzerfall unpolarisierter Myonen	34
	4.1 Der Aufbau der Apparatur	35
	4.2 Das elektronische System	38
	4.3 Die Datenverarbeitung	42
5.	Die Datenanalyse	45
	5.1 Die Ansprechwahrscheinlichkeit der Apparatur	46
	5.2 Die Energieauflösung und Energieeichung	53
	5.3 Methode zur Bestimmung der Parameter $\bar{\eta}$ und ρ	59
6.1	Resultate	68
6.2	Diskussion der Resultate	79
7.	Verbesserungsvorschläge für ein neues Experiment zur Messung von $\bar{\eta}$ aus dem Bremsstrahlungszzerfall $\mu \rightarrow e \nu \bar{\nu} \gamma$ unpolarisierter Myonen	80
	Literaturverzeichnis	82
	Verdankungen	84
	Curriculum vitae	86

1. EINLEITUNG UND ZUSAMMENFASSUNG

In der Physik kennen wir vier fundamentale Wechselwirkungen, von denen die Materie beherrscht wird: die starke Wechselwirkung, welche z.B. die Protonen und Neutronen in den Atomkernen zusammenhält, die elektromagnetische Wechselwirkung, die schwache Wechselwirkung, wie sie z.B. im β -Zerfall auftritt und die Gravitationskraft. Unsere Kenntnisse über die schwache Wechselwirkung wurden durch Experimente der Hochenergiephysik, die Entdeckung "neutraler Ströme" und durch die Entwicklung einer Theorie, welche die schwache und elektromagnetische Wechselwirkungen vereinheitlicht, wesentlich erweitert. Im Bereich niedriger Energien ($E < m_{\text{Proton}} \cdot c^2$) existieren ausführliche Daten aus dem β -Zerfall. Durch nicht exakt bestimmbare Effekte der Kernstruktur (Ausdehnung der Protonen und Neutronen, starke Wechselwirkung) ist die Bestimmung der genauen Struktur der schwachen Wechselwirkung aus dem β -Zerfall limitiert. Daher kommt Reaktionen, in denen nur Leptonen auftreten, die keiner starken Wechselwirkung unterliegen und keine Ausdehnung haben, eine besondere Bedeutung zu. Daten aus dem normalen μ -Zerfall $\mu \rightarrow e \bar{\nu}$ bestätigen den vektoriellen und axialvektoriellen Charakter (V-A) der schwachen Wechselwirkung, obwohl auch hier Anteile der pseudoskalaren, tensoriellen und skalaren Kopplungskonstanten nicht ausgeschlossen werden können.

Allgemein hängt der μ -Zerfall von den zehn komplexen Kopplungskonstanten C_i und C_i' mit $i = S, V, T, A, P$ der schwachen Wechselwirkung (siehe Ref.(1,2))

$$H = \sum_{i=S,V,T,A,P} (\bar{\psi}_e O_i \psi_\mu) \cdot (\bar{\psi}_\nu O_i (C_i + C_i' \gamma_5) \psi_e) + \text{h.c.} \quad (1.1)$$

ab. Die Anteile der skalaren, vektoriellen, tensoriellen, pseudo-skalaren und axialvektoriellen Wechselwirkungen sind hierbei durch die entsprechenden Operatoren

$$O_S = 1, \quad O_V = \gamma^\mu, \quad O_T = \frac{i}{2\sqrt{2}} (\gamma_\mu \gamma_\nu - \gamma_\nu \gamma_\mu), \quad O_A = \gamma^\mu \gamma_5, \quad O_P = i\gamma^5$$

gegeben. γ_μ sind die Dirac'schen γ -Matrizen. Obwohl alle Experimente mit einer V-A Theorie d.h. mit

$$C_i = C_i' = 0 \text{ für } i = S, T, P \text{ und } C_A = \lambda C_V = -C_V', \quad C_A' = -C_V', \quad \lambda = 1 \quad (1.2)$$

vereinbar sind, können grosse Anteile der Konstanten C_i, C_i' $i = S, T, P$ nicht ausgeschlossen werden. So berechnete Derenzo 1969 (3) aus Messungen am normalen μ -Zerfall, dessen allgemeine Theorie in Kapitel 2 gegeben wird, die folgenden Grenzen für die skalaren, pseudoskalaren, tensoriellen und axialvektoriellen Kopplungsanteile:

$$g_S, g_P \leq 0.33 g_V, \quad g_T \leq 0.28 g_V \quad \text{und} \quad 0.76 g_V \leq g_A \leq 1.20 g_V$$

$$\text{mit} \quad g_i^2 = |C_i|^2 + |C_i'|^2 \quad i = S, V, T, P, A \quad (1.3)$$

Aus Messungen des Bremsstrahlungszерfalls $\mu \rightarrow e \bar{\nu} \gamma$ des Myons können ebenfalls obere Grenzen für mögliche S, P, T Kopplungsanteile bestimmt werden. Da bis 1977 jedoch nur ein einziges derartiges Experiment durchgeführt worden war (4), lag es nahe, das Experiment mit einer verbesserten Apparatur zu wiederholen. In Kapitel 3 wird deshalb die Theorie des Bremsstrahlungszерfalls behandelt. Kapitel 3.3 liefert Aussagen über die verlangte Messgenauigkeit der Parameter $\bar{\eta}$ und κ des $\mu \rightarrow e \bar{\nu} \gamma$ Zerfalls, um die von Derenzo (3) angegebenen Grenzen für g_S, g_T, g_P Anteile zu verbessern. Diese Grenzen können nämlich alleine schon aus der Kenntnis der Parameter $\bar{\eta}$ und κ bestimmt werden. $\bar{\eta}$ wird von Bogart und Mitarbeiter (4) mit $\bar{\eta} = 0.09 \pm 0.15$ angegeben, und ρ wurde von Derenzo (3) aus Messungen am normalen μ -Zerfall zu $\rho = 0.7518 \pm 0.0026$ bestimmt.

1977 wurde am SIN ein Experiment zur Suche nach dem $\mu \rightarrow e \gamma$ Zerfall durchgeführt (5,6). Dabei wurde der Bremsstrahlungszерfall des Myons als unvermeidbarer "Untergrund" mitgemessen. Die Kapitel 4 bis 6 beschäftigen sich mit der Durchführung des Experimentes und der Aus-

wertung des dabei gemessenen $\mu \rightarrow e \nu \bar{\nu} \gamma$ Zerfalls, und zwar beschreibt Kapitel 4 die Messapparatur und Kapitel 5 die Datenanalyse. In Kapitel 6 wird aus dem Experiment eine neue obere Grenze von

$$\bar{\eta} \leq 0.062$$

bestimmt. Diese Grenze ist um einen Faktor 3 kleiner, als der bisher einzige gemessene Wert von Bogart und Mitarbeiter (4). Der zweite bestimmte Parameter

$$\rho = 0.846 \pm 0.054$$

ist wesentlich ungenauer als der Literaturwert, da die Daten des $\mu \rightarrow e \nu \bar{\nu} \gamma$ Zerfalls unempfindlich auf ρ sind. Für die Kopplungskonstanten wurden neue Grenzen von

$$g_S \leq 0.29g_V, \quad g_P \leq 0.27g_V, \quad g_T \leq 0.23g_V \text{ und}$$

$$0.92g_V \leq g_A \leq 1.27g_V$$

aus den bis heute zugänglichen Messresultaten des μ -Zerfalls bestimmt. In Kapitel 7 werden auf Grund der Datenanalyse in Kapitel 5 und der Resultate von Kapitel 6 Verbesserungsvorschläge vorgebracht für ein neues Experiment zur Messung des $\bar{\eta}$ Parameters aus dem Bremsstrahlungszерfall des Myons.

2. DER NORMALE μ -ZERFALL

Die differentielle Zerfallswahrscheinlichkeit für den $\mu^+ \rightarrow e^+ \nu_e \bar{\nu}_\mu$ und den $\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$ Zerfall ist unter der Annahme einer Vier-Fermionen Punktwechselwirkung und masseloser Neutrini ν_μ und ν_e gegeben durch die Formel (3.7) in Ref. (1):

$$\frac{d^2 N_e(x, \theta, \phi, \psi)}{dx \cdot d(\cos \theta)} = \frac{m_\mu E_{\max}^4}{32 \cdot \pi^3} \cdot A \cdot \sqrt{x^2 - x_0^2} \cdot \left\{ \begin{aligned} & \left[x(1-x) + \frac{2}{9\rho} (4x^2 - 3x - x_0^2) + \eta x_0(1-x) \right] \\ & \pm \frac{1}{3} \epsilon \sqrt{x^2 - x_0^2} \cdot \cos \theta \cdot \left[1 - x + \frac{2}{3} \delta \left(4x - 3 - \frac{m_e}{m_\mu} x_0 \right) \right] \\ & + \epsilon' \sqrt{x^2 - x_0^2} \cdot \cos \phi \cdot \left[1 - x + \frac{2}{3} \delta' \left(4x - 3 - \frac{m_e}{m_\mu} x_0 \right) \right] \\ & + \frac{1}{3} \epsilon'' \cdot \cos \theta \cdot \cos \phi \cdot \left[x(1-x) + \frac{2}{3\rho'} (4x^2 - 3x - x_0^2) + \eta' x_0(1-x) \right] \\ & + \sin \theta \cdot \sin \phi \cdot \cos \psi \cdot \left[(1-x) x_0 \frac{3a - 2b - 2c}{3A} + x(1-x) \frac{\alpha}{A} + (x - x_0^2) \frac{2\beta}{3A} \right] \\ & + \sin \theta \cdot \sin \phi \cdot \sin \psi \cdot \sqrt{x^2 - x_0^2} \cdot \left[(1-x) \frac{\alpha'}{A} + \frac{2}{3} \left(1 - \frac{m_e}{m_\mu} x_0 \right) \frac{\beta'}{A} \right] \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

Dabei beziehen sich die oberen Zeichen vor dem $\cos \theta$ und $\cos \phi$ Term auf den μ^+ -Zerfall und die unteren Zeichen auf den μ^- -Zerfall. x ist die Energie des Zerfallselektrons in Einheiten seiner Maximalenergie $E_e^{\max} = \frac{m_e^2 + m_\mu^2}{2m_\mu}$, mit m_e : Elektronmasse und m_μ : Myonmasse. $x_0 = m_e/E_e^{\max}$ ist die Ruheenergie des Elektrons in Einheiten seiner Maximalenergie. θ ist der Winkel zwischen dem Elektronimpuls und dem Myonspin, (ϕ, ψ) (ϕ : Polarwinkel, ψ : Azimutalwinkel) ist die Richtung des Elektronspins zum Elektronimpuls. ψ ist null, falls der Elektronspin in der Ebene des Myonspins und des Elektronimpulses liegt.

Die 17 Parameter $A, \rho, \eta, \dots, \beta'$ sind bilineare Kombinationen der Kop-

lungskonstanten der allgemeinen Vier-Fermionen Punktwechselwirkung und sind in Tabelle 1 definiert. Der Parameter A bestimmt die Rate, ρ und η bestimmen die Form des Spektrums der Zerfallselektronen unpolarisierter Myonen, ξ und δ die Korrelation zwischen dem Myonspin und dem Elektronimpuls. Die Longitudinalpolarisation des Elektrons hängt im wesentlichen von ξ' ab. Die Grössen $\alpha, \beta, \alpha', \beta'$ bestimmen eine mögliche Transversalpolarisation des Elektrons.

Ohne die Spektren der Neutrini zu messen, kann aus den Experimenten am μ -Zerfall die Struktur der schwachen Wechselwirkung nicht vollständig bestimmt werden. Das Beste was man erhalten kann, ist die Bestätigung einer "V-A" Theorie, deren Konstanten C_i, C_i' $i = S, V, T, A, P$ von Formel (1.1) durch (1.2) gegeben sind, jedoch λ unbestimmt ist, und deren Kopplungskonstanten $g_i^2 = |C_i|^2 + |C_i'|^2$ durch $g_A^2 = g_V^2 = \frac{1}{2}(1+\lambda^2) \cdot G^2$ und $g_S = g_P = g_T = 0$ bestimmt sind. Der Parameter λ in Formel (1.2) kann nur durch eine Messung der Spektren der Neutrini oder aus dem inversen μ -Zerfall $\bar{\nu}_e + e^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu + \mu^-$ und $\nu_\mu + e^- \rightarrow \mu^- + \nu_e$ bestimmt werden. Unter der Annahme einer Zwei-Komponenten-Theorie ist $\lambda = 1$. Für eine V-(1+ ϵ)A Theorie sind die Werte der Parameter der schwachen Wechselwirkung in der Spalte 2 von Tabelle 1 gegeben. Die Wechselwirkung ist dann:

$$H = \frac{G}{\sqrt{2}} \bar{\psi}_e (\gamma^\alpha - (1 + \epsilon) \gamma^\alpha \gamma_5) \psi_\mu \cdot \bar{\psi}_\nu \gamma_\alpha (1 - \lambda \gamma_5) \psi_e + h.c. \quad (2.2)$$

Aus den Messwerten der fünf Parameter ρ, η, ξ, δ und ξ' wie sie 1969 bekannt waren, berechnete Derenzo (3) die Grenzen

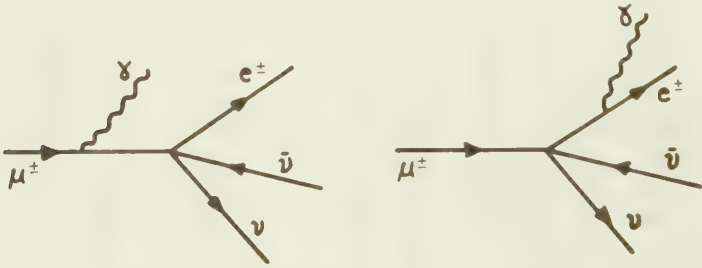
$$g_S, g_P \leq 0.33g_V, \quad g_T \leq 0.28g_V \quad \text{und} \quad 0.76g_V \leq g_A \leq 1.20g_V$$

Diese experimentellen Daten sind mit einer V-A Theorie verträglich, obwohl grosse Anteile einer skalaren, tensoriellen und pseudoskalaren Wechselwirkung nicht ausgeschlossen werden können. Eine Analyse der neueren Daten bis 1980 wird in Kapitel 6.2 diskutiert.

Parameter	$V \cdot (1+c)/A$	$\rho = \delta = \frac{3}{4}$	experimentelle Methoden	experimentelle Werte
$\alpha' = 21m(C_5 C_p^{i*} + C_5 C_p^{j*})$ $\beta' = 21m(C_1 C_A^{i*} + C_1 C_A^{j*})$ $A = a+4b+6c$	0 $-21m(1+c^*) \cdot g_V$ 4b	$4 \cdot (a+b)$	Transversal polarisation des Elektrons im normalen μ -Zerfall senkrecht zur Ebene ($\underline{s}, \underline{p}$)	$\alpha'/A = 0.14 \pm 0.14$ (7) $\beta'/A = -0.049 \pm 0.057$ (7)
$\rho = \frac{1}{A}(3b+6c)$	3/4	3/4	Rate bzw. Lebensdauer τ	$\tau = 2.19711 \pm 0.00008$ ns (8)
$\eta = \frac{1}{A}(\alpha-2\beta)$	$\frac{1}{-2} \frac{\beta}{b} = \frac{1}{2} \frac{1+c}{1+c} \frac{1}{2+c} = \frac{1}{2} \cdot \text{Re } \epsilon$		Form des Energiespektrums der Zerfallselektronen und des Bremsstrahlungsspektrums	0.7518 ± 0.0026 (3)
$\xi = -\frac{1}{A}(3a^i+4b^i-14c^i)$	$-\frac{b^i}{b} = 2 \frac{1 + \text{Re } \epsilon}{1 + 1+\epsilon ^2} = 1 - \frac{1}{2} \cdot \epsilon ^2$	$\frac{a^i-b^i}{a+b}$	Form des Energiespektrums der Zerfallselektronen	-0.12 ± 0.21 (3)
$\delta = \frac{1}{A\xi}(-3b^i+6c^i)$	3/4	3/4	Amplitude der Asymmetrie beim polarisierten μ -Zerfall	0.975 ± 0.014 (9)
$\xi' = -\frac{1}{A}(a^i+4b^i+6c^i)$	$\xi' = \xi = -\frac{a^i+4b^i}{a+4b}$	$-\frac{a^i+b^i}{a+b}$	Form der Asymmetrie beim polarisierten μ -Zerfall	0.752 ± 0.009 (10)
$\delta' = -\frac{1}{A\xi'}(b^i+2c^i)$	1/4	1/4		1.010 ± 0.064 (11)
$\xi'' = \frac{1}{A}(3a+4b-14c)$	1	$\frac{b-a}{b+a} < 1$	Longitudinal polarisation	keine Daten
$\rho' = \frac{1}{A\xi''}(3b-6c)$	3/4	3/4	des Elektrons im normalen μ -Zerfall	keine Daten
$\eta' = \frac{1}{A\xi''}(3a-2\beta)$	$\eta' = -\eta$			keine Daten
$\bar{\eta} = \frac{1}{A}(a+2c)$	0	$\frac{a/b}{2(1+a/b)}$	Form des Bremsstrahlungsspektrums mit $P \approx 0$	0.09 ± 0.14 (4)
$\kappa = \frac{1}{A\xi}(a^i+2c^i)$	0	$-\frac{a^i/b^i}{2(1-a^i/b^i)}$	Form der Asymmetrie beim Bremsstrahlungszерfall polarisierter Myonen $P \approx 1$	keine Daten

3. DER BREMSSTRAHLUNGSZERFALL DES MYONS

Neben dem normalen μ -Zerfall $\mu^\pm \rightarrow e^\pm \nu \bar{\nu}$ kommt auch der innere Bremsstrahlungszерfall IB des Myons $\mu^\pm \rightarrow e^\pm \nu \bar{\nu} \gamma$ vor. Er ist eine Strahlungskorrektur zum normalen μ -Zerfall und wird in niedrigster Ordnung durch Figur 1 dargestellt. Die höheren Ordnungen der Strahlungskor-



Figur 1: Feynmann-Graphen für den Bremsstrahlungszерfall $\mu^+ \rightarrow e^+ \nu \bar{\nu} \gamma$ und $\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu} \nu \gamma$ in niedrigster Ordnung.

rekturen, wie sie für eine reine V-A Theorie von I. Mohammed und A. Donnachie (12,13) berechnet wurden, sind im folgenden vernachlässigt. Ausgehend von der von Behrends, Finkelstein und Sirlin angegebenen Formel (Gleichung 17 in Ref. (14)) erhält man durch Integration über die Elektron- und Photonpolarisation für das differentielle Verzweungsverhältnis des IB-Zerfalls $\mu^\pm \rightarrow e^\pm \nu \bar{\nu} \gamma$:

$$\frac{d^4 R_Y}{dx \cdot dy \cdot 2\pi \cdot d(\cos \theta_{e\gamma})} = \frac{1}{16 \cdot \pi^2} \frac{Z}{y} (1 - R_{\text{Dalitz}})$$

$$Z = n_V^0 + (1 - \frac{4}{3}\rho) \cdot (2n_S^0 + n_V^0 - n_T^0) + \bar{n} \cdot (2n_S^0 - 2n_V^0 + n_T^0) \mp$$

$$\mp P\xi \cdot \sum_{k=e,\gamma} s_k \cdot [n_V^k - \frac{1}{3} (1 - \frac{4}{3}\delta) \cdot (2n_S^k + 5n_V^k - n_T^k) + \kappa \cdot (2n_S^k - 2n_V^k + n_T^k)] \quad (3.1)$$

mit folgenden Definitionen:

$\theta_{e\gamma}$: Winkel zwischen Elektronimpuls $\underline{p}$ und Photonimpuls $\underline{q}$

$x = 2E_e/m_\mu$, m_μ : Myonmasse, E_e : Elektronenergie

$y = 2E_\gamma/m_\mu$, E_γ : Photonenergie

$s_e = \cos(\underline{s}, \underline{p})$ $\underline{s}$: Myonspin

$s_\gamma = \cos(\underline{s}, \underline{q})$

P: Polarisationsgrad des Myons und

$$n_i^k = \Delta^{-1} \cdot G_{-1}^{i(k)} + G_0^{i(k)} + \Delta \cdot G_1^{i(k)} + \Delta^2 \cdot G_2^{i(k)} \quad (3.2)$$

$$- (1 - \beta^2) \cdot (\Delta^{-2} \cdot h_{-2}^{i(k)} + \Delta^{-1} \cdot h_{-1}^{i(k)} + h_0^{i(k)}) \quad i = S, V, T$$

$$k = 0, e, \gamma$$

wobei $\Delta = 1 - \beta \cdot \cos \theta_{e\gamma}$ und die Funktionen $G_j^{i(k)}$ in Uebereinstimmung mit den Funktionen $F_j^{i(k)}$ von Fronsda1 und Ueberall (15) sind.

Die Energie- und Impulserhaltung legen den kinematisch erlaubten Bereich durch $\Delta = 1 - \beta \cdot \cos \theta_{e\gamma} \geq 2(x+y-1)/xy$ fest. Die Elektronmasse m_e ist überall vernachlässigt ausser in den oben erwähnten Δ - und $(1 - \beta^2)$ -Termen. In dieser Näherung von $m_e/m_\mu = 0$ ist $n_A = n_V$ und $n_S = n_P$ (siehe Formel 17 in Ref. (14)).

$R_{\text{Dalitz}} = \frac{2\alpha}{3\pi} \cdot (\ln \frac{y \cdot m_\mu}{2 m_e} - \frac{19}{12})$ berücksichtigt die innere Paarbildung $\gamma \rightarrow e^+ e^-$ (16). Die Funktionen $h_j^{i(k)}$ sind für $k = 0$ gegeben durch:

$$h_{-2}^S = 12x \cdot (x+y)(1-(x+y))$$

$$h_{-1}^S = 6x^2 y \cdot (2 \cdot (x+y) - 1)$$

$$h_0^S = -3x^3 y^2 \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned}h_{-2}^V &= 8x \cdot (x+y) \cdot (3-2 \cdot (x+y)) \\h_{-1}^V &= 4x^2y \cdot (4 \cdot (x+y) - 3) \\h_0^V &= -4x^3y^2\end{aligned}\quad (3.4)$$

$$\begin{aligned}h_{-2}^T &= 8x \cdot (x+y) \cdot (3-(x+y)) \\h_{-1}^T &= 4x^2y \cdot (2x-3) \\h_0^T &= -2x^3y^2\end{aligned}\quad (3.5)$$

Die Parameter ρ , $\bar{\eta}$, ξ , δ , κ der schwachen Wechselwirkung sind in Tabelle 1 definiert. Eine Messung des IB-Zerfalls liefert unabhängig von den Experimenten am normalen μ -Zerfall Werte für die Parameter ρ , ξ , δ . Daneben stellt sich die Frage, aus welchem der beiden Zerfälle eine reine $V-(1+\epsilon)A$ Kopplung der schwachen Wechselwirkung besser bestätigt oder mögliche S,P,T Anteile nachgewiesen werden können.

3.1 DER BREMSSTRAHLUNGSZERFALL UNPOLARISierter MYONEN

Für unpolarisierte Myonen ergibt sich aus Formel (3.1):

$$Z = n_V^0 + \bar{\eta} \cdot (2n_S^0 - 2n_V^0 + n_T^0) - \frac{4}{3} \cdot (\rho - \frac{3}{4}) \cdot (2n_S^0 + n_V^0 - n_T^0) \quad (3.6)$$

mit

$$\begin{aligned}n_V^0 &= 4 \cdot (1 - \beta^2) \cdot [2 \cdot \Delta^{-2} \cdot x \cdot (x+y) \cdot (2 \cdot (x+y) - 3) + \\&\quad + \Delta^{-1} \cdot x^2y \cdot (3 - 4 \cdot (x+y)) + x^3y^2] + \\&\quad + \Delta^{-1} \cdot G_{-1}^V + G_0^V + \Delta \cdot G_1^V + \Delta^2 \cdot G_2^V\end{aligned}\quad (3.7)$$

$$2n_S^0 - 2n_V^0 + n_T^0 = -8xy^2 \cdot [\Delta^{-1} \cdot x \cdot (1 - \beta^2) + 2 \cdot (1 - y - 2x) + \Delta \cdot x \cdot (1 + y)] \quad (3.8)$$

$$\begin{aligned} 2n_S^0 + n_V^0 - n_T^0 = & 4 \cdot \left\{ \Delta^{-1} \cdot 2 \cdot [y^2 \cdot (3 - 4y) + 6xy \cdot (1 - 2y) + 2x^2 \cdot (3 - 8y) - 8x^3] + \right. \\ & 2x \cdot [-y \cdot (3 - y - 6 + y^2) - x \cdot (3 - 5y - 10y^2) + 4x^2 \cdot (1 + 2y)] + \\ & \Delta \cdot x \cdot 2y \cdot [1.5 \cdot (2 - 3y - 4y^2) - 2x \cdot (4 + 3y)] + \Delta^2 \cdot x^3 y^2 \cdot (2 + y) - \\ & (1 - \beta^2) \cdot [\Delta^{-2} \cdot 2x \cdot (x + y) \cdot (3 - 4 \cdot (x + y)) + \\ & \left. + \Delta^{-1} \cdot x^2 y \cdot (2 \cdot (4x + 5y) - 3) - 2x^3 2y^2] \right\} \quad (3.9) \end{aligned}$$

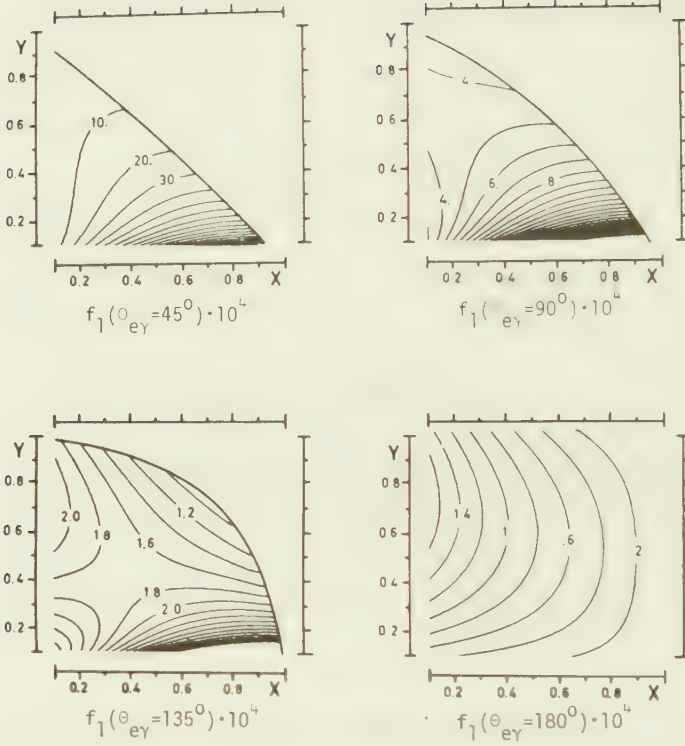
Für das differentielle Verzweigungsverhältnis des IB-Zerfalls unpolarisierter Myonen lässt sich somit schreiben:

$$\frac{d^3 R(x, y, \theta_{e\gamma})}{dx \cdot dy \cdot 2\pi \cdot d(\cos \theta_{e\gamma})} = f_1(x, y, \theta_{e\gamma}) + \bar{\eta} \cdot f_2(x, y, \theta_{e\gamma}) - \frac{4}{3} \left(\rho - \frac{3}{4} \right) \cdot f_3(x, y, \theta_{e\gamma}) \quad (3.10)$$

mit $x, y, \theta_{e\gamma}$ definiert in Formel (3.1) und

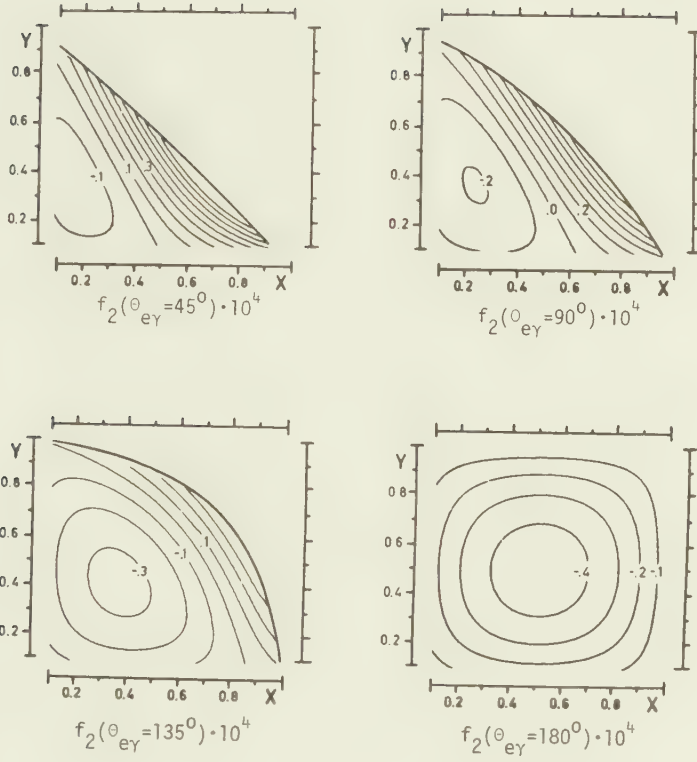
$$\begin{aligned} f_1(x, y, \theta_{e\gamma}) &= \frac{\alpha}{16\pi^2 \cdot y} (1 - R_{\text{Dalitz}}) \cdot n_V^0 \\ f_2(x, y, \theta_{e\gamma}) &= \frac{\alpha}{16\pi^2 \cdot y} (1 - R_{\text{Dalitz}}) \cdot (2n_S^0 - 2n_V^0 + n_T^0) \\ f_3(x, y, \theta_{e\gamma}) &= \frac{\alpha}{16\pi^2 \cdot y} (1 - R_{\text{Dalitz}}) \cdot (2n_S^0 + n_V^0 - n_T^0) \quad (3.11) \end{aligned}$$

Die Figuren 2 bis 6 zeigen $f_1, f_2, f_3, f_2/f_1$ und f_3/f_1 als Funktion von x und y für die Winkel $\theta_{e\gamma} = 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$ und 180° . Figur 7 zeigt perspektivische Darstellungen dieser Funktionen für

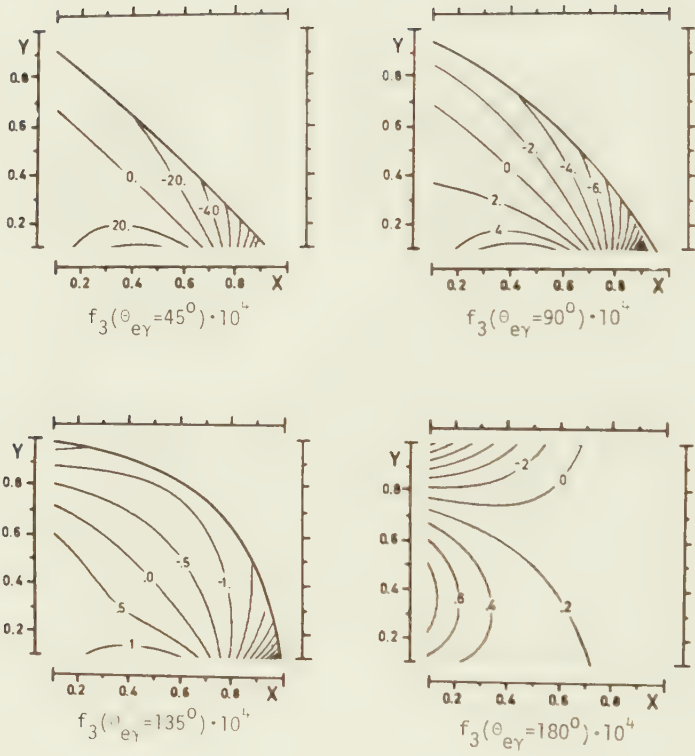


Figur 2: $f_1(x, y, 0_{e\gamma})$ mit $x = 2E_e/m_\mu$, m_μ : Myonmasse, E_e : Elektronenergie, $y = 2E_\gamma/m_\mu$, E_γ : Photonenergie,

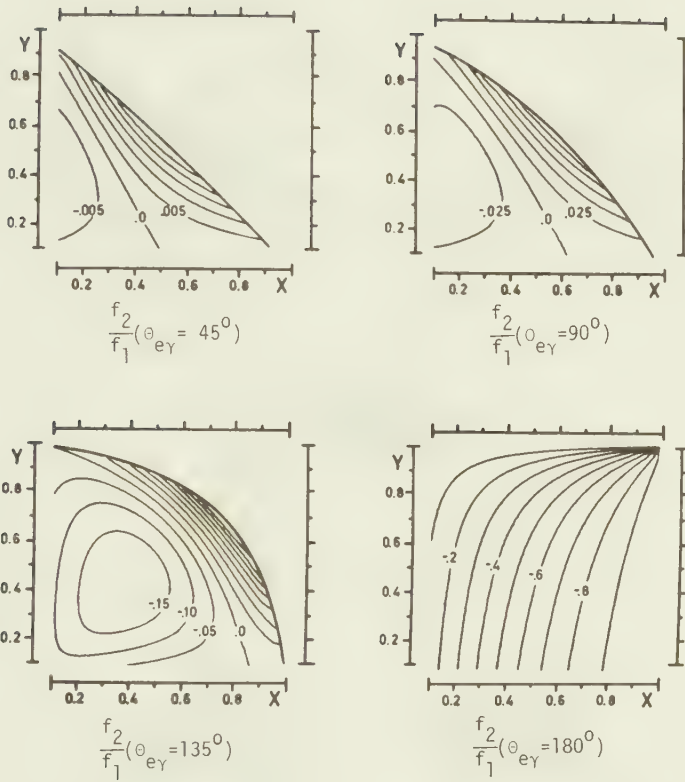
$\theta_{e\gamma}$: Winkel zwischen Elektron- und Photonflugrichtung. Darstellung für die Winkel $\theta_{e\gamma} = 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ, 180^\circ$.



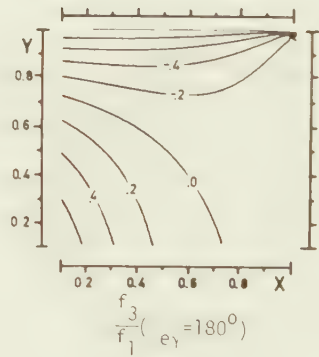
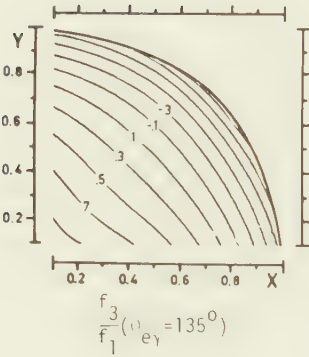
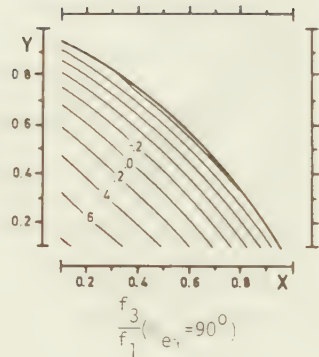
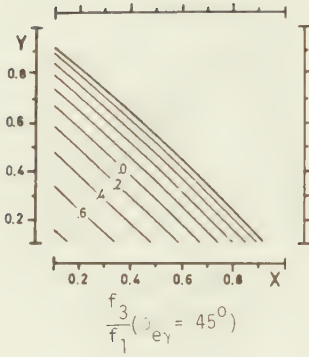
Figur 3: $f_2(x, y, \theta_{e\gamma})$ für die Winkel $\theta_{e\gamma} = 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ, 180^\circ$.



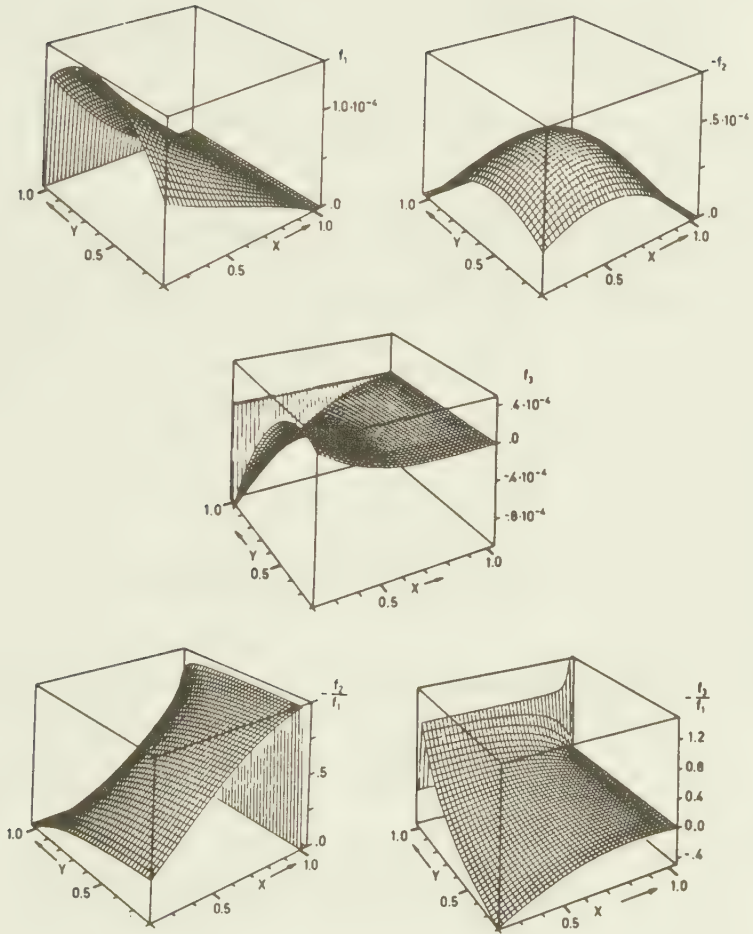
Figur 4: $f_3(x, y, \theta_{ey})$ für die Winkel $\theta_{ey} = 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ, 180^\circ$.



Figur 5: $f_2(x,y,\theta_{eY})/f_1(x,y,\theta_{eY})$ für die Winkel $\theta_{eY} = 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$ und 180° .



Figur 6: $f_3(x, y, \alpha_e)/f_1(x, y, \alpha_e)$ für die Winkel $\alpha_e = 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$ und 180° .



Figur 7: Perspektivische Darstellungen von $f_i(x,y,\vartheta_{ey})$ $i = 1,2,3$ und $f_2(x,y,\vartheta_{ey})/f_1(x,y,\vartheta_{ey})$ und $f_3(x,y,\vartheta_{ey})/f_1(x,y,\vartheta_{ey})$ für den Winkel $\vartheta_{ey} = 180^\circ$.

Tabelle 2: Die Werte der Funktionen f_1 , f_2 und f_3 für $x = y = 0.5$ und ihrer Integrale für $x \geq 0.5$, $y \geq 0.3$ für vier feste Winkel

Θ_{ey} .

Θ_{ey}	180°	135°	90°	45°
$f_1(x=y=0.5)$	$.809 \cdot 10^{-11}$	$.161 \cdot 10^{-11}$	$.557 \cdot 10^{-12}$	$.281 \cdot 10^{-12}$
$f_2(x=y=0.5)$	$-.462 \cdot 10^{-14}$	$-.259 \cdot 10^{-14}$	$.231 \cdot 10^{-14}$	$.721 \cdot 10^{-14}$
$f_3(x=y=0.5)$	$-.195 \cdot 10^{-7}$	$-.261 \cdot 10^{-11}$	$-.260 \cdot 10^{-12}$	$-.231 \cdot 10^{-12}$
$\int_{x_1}^1 \int_{y_1}^1 f_1(x,y) dx \cdot dy$	$.123 \cdot 10^{-14}$	$.244 \cdot 10^{-14}$	$.449 \cdot 10^{-14}$	$.113 \cdot 10^{-14}$
$\int_{x_1}^1 \int_{y_1}^1 f_2(x,y) dx \cdot dy$	$-.490 \cdot 10^{-14}$	$-.762 \cdot 10^{-14}$	$.329 \cdot 10^{-14}$	$.268 \cdot 10^{-14}$
$\int_{x_1}^1 \int_{y_1}^1 f_3(x,y) dx \cdot dy$	$-.200 \cdot 10^{-5}$	$-.149 \cdot 10^{-11}$	$-.283 \cdot 10^{-12}$	$-.729 \cdot 10^{-14}$
$x_1=0.5 \quad y_1=0.3$				

$\Theta_{ey} = 180^\circ$. Tabelle 2 zeigt die Werte der Funktionen f_1 , f_2 und f_3 für $x = y = 0.5$ und ihrer Integrale für $x \geq 0.5$, $y \geq 0.3$ für die Winkel $\Theta_{ey} = 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$ und 180° .

Die Figuren 2 bis 7 zeigen folgende Zusammenhänge:

Mit kleiner werdendem Winkel Θ_{ey} nimmt der kinematisch erlaubte Bereich in der (x,y) -Ebene ab. In diesem erlaubten Bereich nimmt die Funktion f_1 für feste (x,y) -Werte mit kleiner werdendem Winkel Θ_{ey} stark zu, während die Funktion f_2 nur wenig vom Winkel abhängt.

Deshalb erreicht das Verhältnis f_2/f_1 , wie aus Figur 5 ersichtlich, für $\Theta_{e\gamma} = 180^\circ$ seinen Extremwert. f_2/f_1 ist ein Mass für die Empfindlichkeit einer Messung von $\bar{\eta}$, sofern die statistischen Fehler gegenüber den systematischen klein sind.

$\bar{\eta}$ sollte deshalb bei $\Theta_{e\gamma} = 180^\circ$, bei grossen Elektronenergien ($x \rightarrow 1$) und mittleren Photonenergien ($y \approx 0.5$) gemessen werden.

Figur 6 zeigt das Verhältnis f_3/f_1 , die Empfindlichkeit einer Messung von $(\rho - 3/4)$. Für kleine (x,y) -Werte und $\Theta_{e\gamma} \neq 135^\circ$ ist das Verhältnis am grössten und für diese Energie- und Winkelbereiche annähernd unabhängig vom Winkel $\Theta_{e\gamma}$.

$(\rho - 3/4)$ sollte deshalb bei kleinen (x,y) -Werten ($x,y < 0.5$) und Winkeln $\Theta_{e\gamma} < 180^\circ$ gemessen werden.

3.2 DER BREMSSTRAHLUNGSZERFALL POLARISierter MYONEN

Das Verzweigungsverhältnis des IB-Zerfalls $\mu^\pm \rightarrow e^\pm \nu \bar{\nu} \gamma$ polarisierter Myonen hat ausser Termen des Zerfalls unpolarisierter Myonen einen zusätzlichen Term, der vom Polarisationsgrad des Myons sowie der Flugrichtung des Elektrons und des Photons bezüglich des Myonspins abhängt. Für diesen Zusatzterm erhalten wir aus Formel (3.1):

$$\frac{d^3 P_\gamma}{dx \cdot dy \cdot 2\pi \cdot d(\cos \Theta_{e\gamma})} = \frac{\alpha}{16\pi^2 \cdot y} (1 - R_{\text{Dalitz}}) \cdot Z_P$$

$$\begin{aligned} \text{mit } Z_P = & \mp P \cdot \xi \cdot \sum_{k=e,\gamma} s_k \cdot [n_V^k + \kappa \cdot (2n_S^k - 2n_V^k + n_T^k) + \\ & + \frac{4}{9} (\delta - \frac{3}{4}) \cdot (2n_S^k + 5n_V^k - n_T^k)] \end{aligned} \quad (3.12)$$

und mit $x, y, \theta_{e\gamma}, P, s_e, s_\gamma$ definiert wie in Formel (3.1). Dabei steht das obere Zeichen vor dem $P \cdot \xi$ Term für den μ^+ -Zerfall und das untere Zeichen für den μ^- -Zerfall. Mit den Definitionen

$$\begin{aligned} f_1^k(x, y, \theta_{e\gamma}) &= \frac{\alpha}{16\pi^2 \cdot y} (1 - R_{\text{Dalitz}}) \cdot n_V^k \\ f_2^k(x, y, \theta_{e\gamma}) &= \frac{\alpha}{16\pi^2 \cdot y} (1 - R_{\text{Dalitz}}) \cdot (2n_S^k - 2n_V^k + n_T^k) \\ f_3^k(x, y, \theta_{e\gamma}) &= \frac{\alpha}{16\pi^2 \cdot y} (1 - R_{\text{Dalitz}}) \cdot (2n_S^k + 5n_V^k - n_T^k), \quad k = e, \gamma \end{aligned} \quad (3.13)$$

gilt:

$$\begin{aligned} \frac{d^3 P_\gamma(x, y, \theta_{e\gamma})}{dx \cdot dy \cdot 2\pi \cdot d(\cos \theta_{e\gamma})} = \\ \pm P \cdot \xi \sum_{k=e, \gamma} s_k \left[f_1^k(x, y, \theta_{e\gamma}) + \kappa \cdot f_2^k(x, y, \theta_{e\gamma}) + \frac{4}{9} \left(\delta - \frac{3}{4} \right) \cdot f_3^k(x, y, \theta_{e\gamma}) \right] \end{aligned} \quad (3.14)$$

mit

$$\begin{aligned} n_V^e &= \Delta^{-1} \cdot G_{-1}^V e + G_0^V e + \Delta \cdot G_1^V e \\ 2n_S^e - 2n_V^e + n_T^e &= 8xy^2 \cdot (-2 + \Delta \cdot x) \\ 2n_S^e + 5n_V^e - n_T^e &= \Delta^{-1} \cdot 8x \cdot [y \cdot (9-10y) + 18x \cdot (1-2y) - 24x^2] + \\ &\quad + 8x^2 \cdot [-(9-7.5 \cdot y - 11y^2) + 6x \cdot (2+3y)] \\ &\quad - \Delta^2 \cdot 24x^3 y \cdot (2+y) \\ n_V^\gamma &= \Delta^{-1} \cdot G_{-1}^V \gamma + G_0^V \gamma + \Delta \cdot G_1^V \gamma + \Delta^2 \cdot G_2^V \gamma \\ 2n_S^\gamma - 2n_V^\gamma + n_T^\gamma &= 8xy^2 \cdot [2 + \Delta \cdot (2 \cdot (y-2) + 3x) - \Delta^2 \cdot xy] \end{aligned}$$

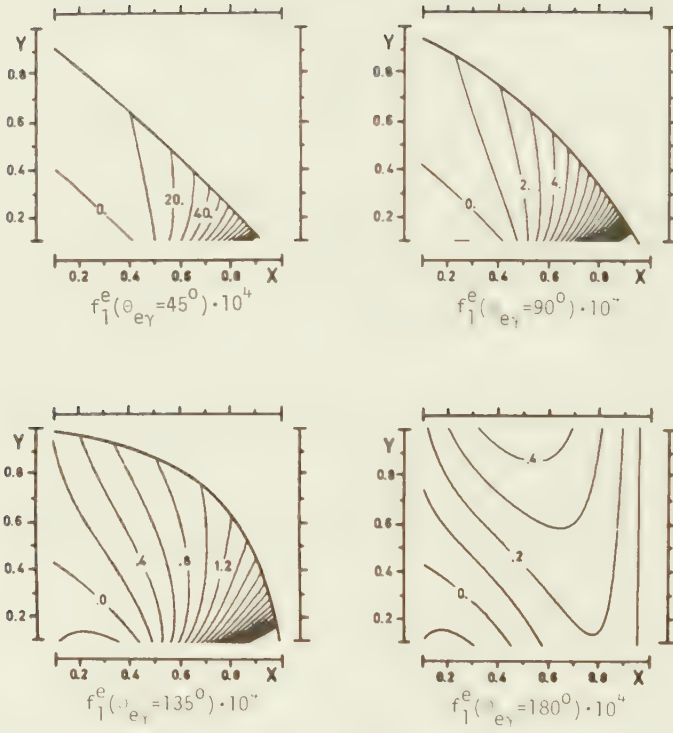
$$\begin{aligned}
 2n_S^Y + 5n_V^Y - n_T^Y &= \Delta^{-1} \cdot 8y \cdot [3y \cdot (3-4y) + x \cdot (9-26y) - 12x^2] + \\
 &+ 4xy \cdot [2y \cdot (1+10y) - 3x \cdot (3-10y) + 12x^2] + \\
 &\Delta \cdot 2x^2 y^2 (9-20y-24x) + \Delta^2 \cdot 12x^3 y^3
 \end{aligned} \quad (3.15)$$

Die Figuren 8 bis 13 zeigen f_1^k, f_2^k, f_3^k $k = e, \gamma$ als Funktion von x, y für die festen Winkel $\theta_{e\gamma} = 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$ und 180° . Figur 14 zeigt perspektivische Darstellungen dieser Funktionen für $\theta_{e\gamma} = 180^\circ$ und Figur 15 zeigt die Funktionen $(f_1^e - f_1^\gamma)$ und $(f_3^e - f_3^\gamma)$ für $\theta_{e\gamma} = 180^\circ$.

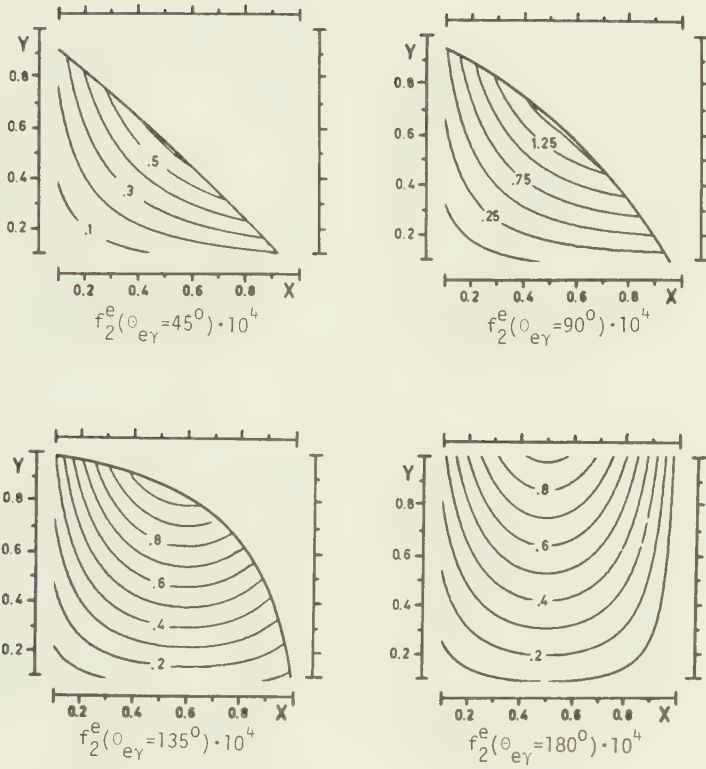
Um κ und δ zu bestimmen, betrachten wir die Abhängigkeit des differentiellen Verzweungsverhältnisses R_Y des IB-Zerfalls von den Winkeln zwischen dem Elektronimpuls $\underline{p}$ und dem Myonspin $\underline{s}$ ($s_e = \cos(\underline{s}, \underline{p})$), dem Photonimpuls $\underline{q}$ und $\underline{s}$ ($s_\gamma = \cos(\underline{s}, \underline{q})$) und zwischen $\underline{p}$ und $\underline{q}$ ($\theta_{e\gamma}$). Um eine Grösse zu erhalten, die unabhängig von der absoluten Rate ist, definieren wir eine Asymmetrie

$$\begin{aligned}
 A(x, y, \theta_{e\gamma}, s_\gamma) &= \frac{R_Y(s_e=1) - R_Y(s_e=-1)}{R_Y(s_e=1) + R_Y(s_e=-1)} = \\
 &P_{\xi} \cdot \frac{\sum_{i=e, \gamma} s_i \cdot [f_1^i + \kappa \cdot f_2^i + \frac{4}{9} (\delta - \frac{3}{4}) f_3^i]}{f_1 + \bar{n} \cdot f_2 - \frac{4}{3} (\rho - \frac{3}{4}) \cdot f_3}
 \end{aligned} \quad (3.16)$$

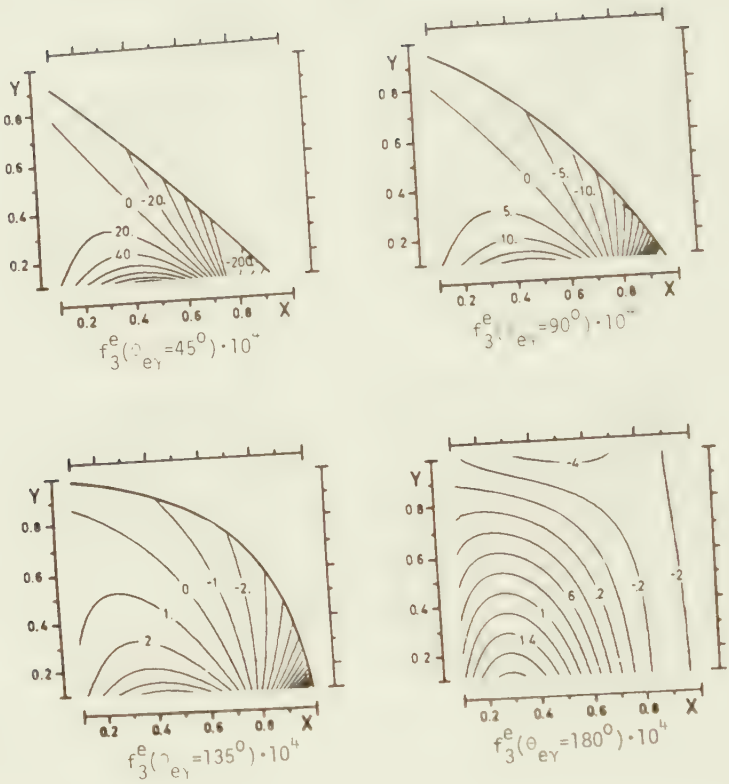
Sofern die statistischen Fehler gegenüber den systematischen klein sind, ergibt sich daraus $\partial A / \partial \kappa \approx \sum_{i=e, \gamma} s_i \cdot f_2^i / f_1$ als approximatives Mass für die Empfindlichkeit von A zur Bestimmung von κ . Da f_1 für feste (x, y) -Werte innerhalb des kinematisch erlaubten Bereiches mit kleiner werdendem Winkel $\theta_{e\gamma}$ stark zunimmt, f_2^i $i = e, \gamma$ aber nur schwach vom Winkel $\theta_{e\gamma}$ abhängen, ist $\partial A / \partial \kappa$ maximal bei



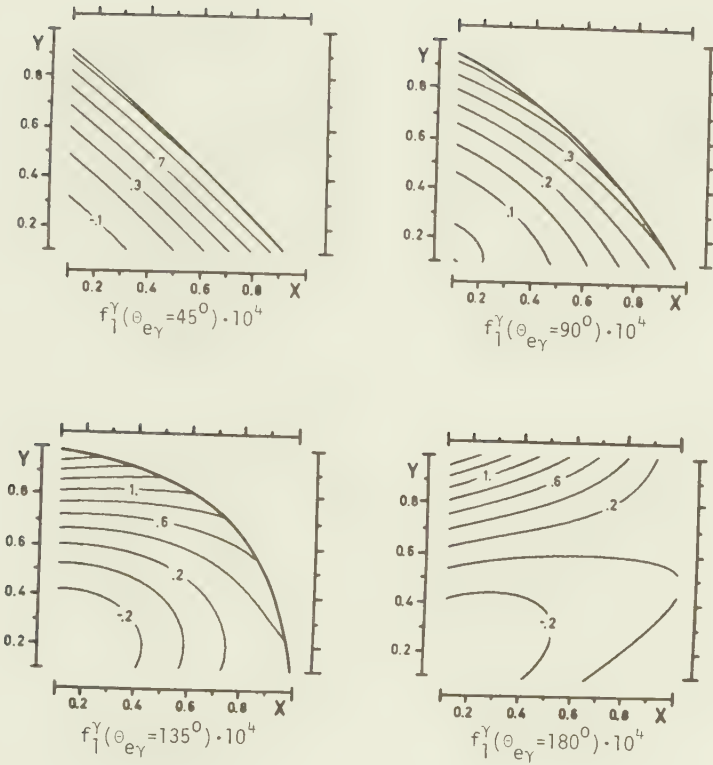
Figur 8: $f_1^e(x, y, \vartheta_{e\gamma})$ für die Winkel $\vartheta_{e\gamma} = 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$ und 180° .



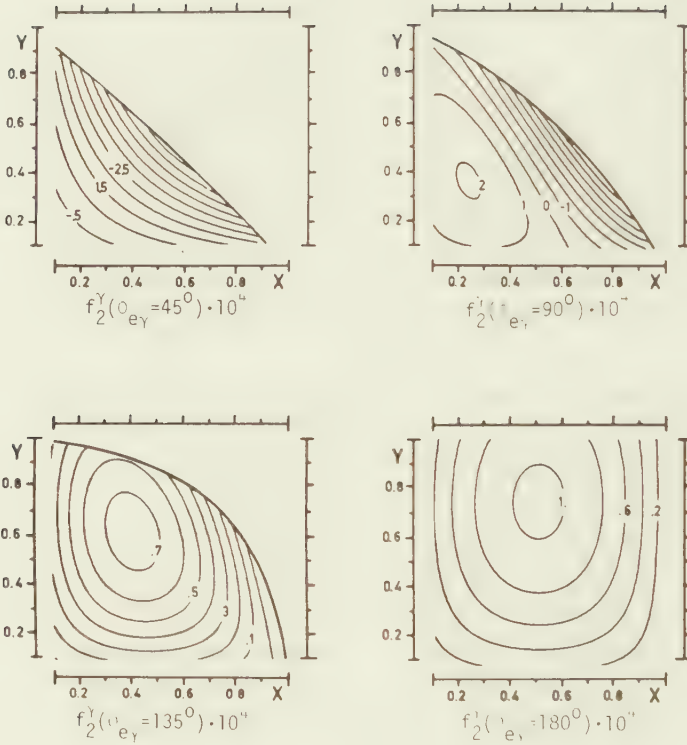
Figur 9: $f_2^e(x, y, \theta_{e\gamma})$ für die Winkel $\theta_{e\gamma} = 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$ und 180° .



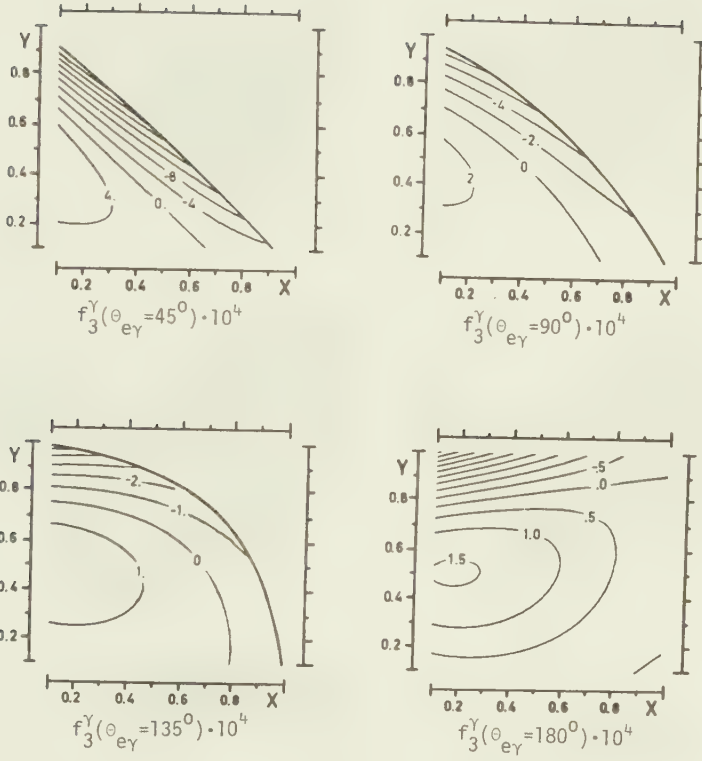
Figur 10: $f_3^e(x, y, \theta_{ey})$ für die Winkel $\theta_{ey} = 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$ und 180° .



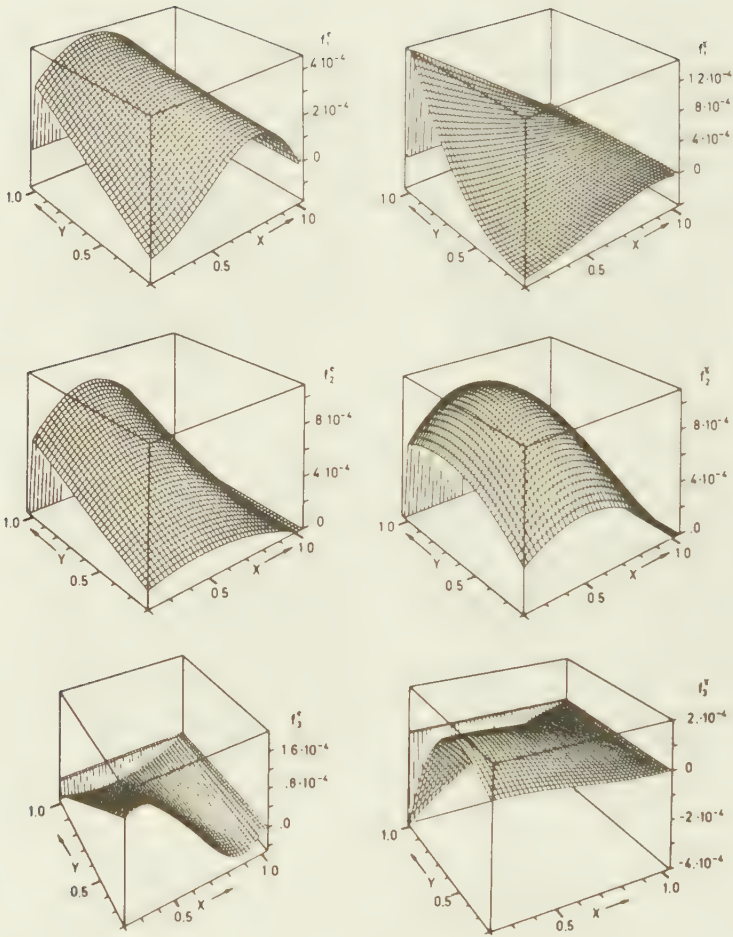
Figur 11: $f_l^Y(x, y, \theta_{eY})$ für die Winkel $\theta_{eY} = 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$ und 180° .



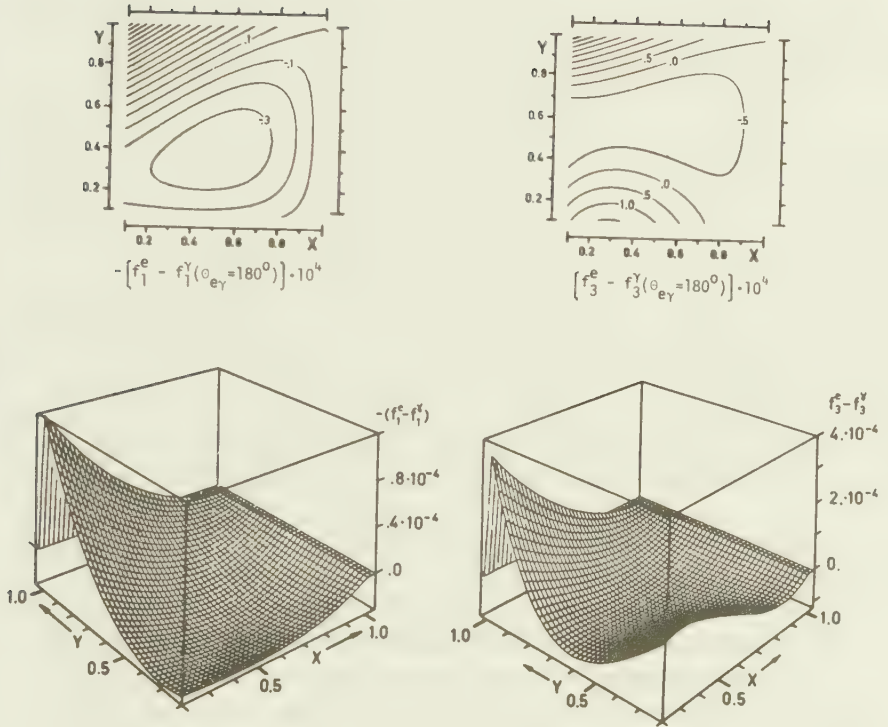
Figur 12: $f_2^Y(x, y, 0_{e_Y})$ für die Winkel $\theta_{e_Y} = 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$ und 180° .



Figur 13: $f_3^Y(x, y, \theta_{eY})$ für die Winkel $\theta_{eY} = 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$ und 180° .



Figur 14: Perspektivische Darstellungen von $f_i^k(x,y,\theta_{e\gamma})$ $i = 1,2,3$ und $k = e, \gamma$ für den Winkel $\theta_{e\gamma} = 180^\circ$.



Figur 15: Funktionen $f_1^e(x, y, \theta_{eY}) - f_1^y(x, y, \theta_{eY})$ und

$f_3^e(x, y, \theta_{eY}) - f_3^y(x, y, \theta_{eY})$ für $\theta_{eY} = 180^\circ$.

Mit der Näherung $\beta = v/c = 1$ ist $f_2^e(x, y, \theta_{eY}) - f_2^y(x, y, \theta_{eY}) =$
 $= f_2(x, y, \theta_{eY})$ (siehe Figur 3 und 7)

$\theta_{e\gamma} \approx 180^\circ$. Da für $\theta_{e\gamma} = 180^\circ$ $s_e = -s_\gamma$ ist, wird das approximative Mass der Empfindlichkeit $\partial A / \partial \kappa (\theta_{e\gamma} = 180^\circ) \approx (f_2^e - f_2^\gamma) / f_1$.

Als approximatives Mass für die Empfindlichkeit von $(\delta - \frac{3}{4})$ gilt $\partial A / \partial \kappa \approx \frac{4}{9} \cdot \sum_{i=e,\gamma} s_i \cdot f_3^i / f_1$. Da für kleine Winkel $\theta_{e\gamma} \leq 90^\circ$ $|f_3^e|$ für die meisten (x,y) -Werte viel grösser als $|f_3^\gamma|$ ist, gilt dort $\frac{4}{9} \cdot \sum_{i=e,\gamma} s_i \cdot f_3^i / f_1 \approx \frac{4}{9} \cdot s_e f_3^e / f_1$. Da der Term $\frac{4}{9} \cdot \sum_{i=e,\gamma} s_i f_3^i / f_1$ nur wenig vom Winkel $\theta_{e\gamma}$ abhängt (vgl. die Figuren 2, 10 und 15) kann $(\delta - \frac{3}{4})$ bei beliebigem Winkel und $x,y < 0.5$ gemessen werden.

3.3 VORAUSSAGEN FÜR DIE PARAMETER $\bar{\eta}$ UND κ

Die Parameter der schwachen Wechselwirkung sind Funktionen der Kopplungskonstanten C_i und C_i' beziehungsweise g_i $i = S,V,T,P,A$. Da die Parameter gemäss Tabelle 1 miteinander korreliert sind, kann man aus Messdaten des normalen μ -Zerfalls eine obere Grenze für $\bar{\eta}$ und κ berechnen, ohne den IB-Zerfall zu messen. Im folgenden werden drei verschiedene Abschätzungen für $\bar{\eta}$ und κ angegeben.

Eine erste Näherung, wie z.B. in Ref. (1) erwähnt, folgt unter der Annahme von $\rho = \delta = 3/4$. Aus $\rho = 3/4$ ergibt sich $a = 2c$, und $\delta = 3/4$ impliziert $a' = 2c'$. Daher ist $\xi = (a' - b') / (a + b)$ (siehe Tabelle 1). Nimmt man $\xi = 1$ an, so ist $a - a' + b + b' = 0$ und wegen $a - a' \geq 0$, $b + b' \geq 0$ ist $a - a' = b + b' = 0$. Somit ist

$$1 - \xi' = \frac{a + a' + b + b'}{a + b} = \frac{2a}{a + b} = - \frac{2a'}{b' - a'} \quad (3.17)$$

und daher $\bar{\eta} = \kappa = \frac{1}{4} \cdot (1 - \xi')$. Mit dem in Tabelle 1 angegebenen experimentellen Wert für $\xi' = 1.010 \pm 0.064$ ist $\bar{\eta} = \kappa \leq 0.015$ (68% Wahrscheinlichkeit). In dieser Näherung ist eine Messung von $\bar{\eta}$ oder κ

gleichbedeutend mit der Messung der Transversalpolarisation des Elektrons im normalen μ -Zerfall.

Setzen wir nach Ref. (17,10,18) $\lambda_i = \lambda_i(0) + \Delta\lambda_i$ wobei λ_i den Parameter bezeichnet, $\lambda_i(0)$ seinen Wert wie er von der V-A Theorie vorausgesagt wird und $\Delta\lambda_i$ seine Abweichung davon, so finden wir mit Tabelle 1

$$\Delta\bar{\eta} = (a+2c)/A \quad , \quad \frac{4}{3} \cdot \Delta\rho = - (a-2c)/A \quad (3.18)$$

und

$$\begin{aligned} a &= |C_S|^2 + |C_S'|^2 + |C_P|^2 + |C_P'|^2 = \frac{A}{2} \cdot (\Delta\bar{\eta} - \frac{4}{3} \cdot \Delta\rho) \\ c &= |C_T|^2 + |C_T'|^2 = \frac{A}{4} \cdot (\Delta\bar{\eta} + \frac{4}{3} \cdot \Delta\rho) \end{aligned} \quad (3.19)$$

Nimmt man an, dass $\Delta\lambda_i$ statistisch unabhängige Größen mit dem Fehler $\sigma(\lambda_i)$ der gemessenen Parameter und dem wahrscheinlichsten Wert $\Delta\lambda_i = 0$ seien, da ja die Experimente in guter Uebereinstimmung mit einer V-A Theorie sind, so folgt:

$$a \leq \frac{A}{2} \cdot [\sigma(\bar{\eta})^2 + \frac{16}{9} \cdot \sigma(\rho)^2]^{1/2}, \quad c \leq \frac{A}{4} \cdot [\sigma(\bar{\eta})^2 + \frac{16}{9} \cdot \sigma(\rho)^2]^{1/2} \quad (3.20)$$

Andererseits berechnet man die oberen Grenzen für a und c aus den Parametern ξ , ξ' , δ und ρ mit Hilfe der in Tabelle 1 angegebenen Messdaten zu:

$$\begin{aligned} a &\leq \frac{A}{6} \cdot \left[\left(\frac{9}{16} \cdot \sigma(\xi)^2 + \frac{9}{16} \cdot \sigma(\xi')^2 + \frac{16}{9} \cdot \sigma(\delta)^2 + 36 \cdot \sigma(\rho)^2 \right)^{1/2} = 0.0088 \cdot A \right. \\ c &\leq \frac{A}{12} \cdot \left[\left(\frac{9}{16} \cdot \sigma(\xi)^2 + \frac{9}{16} \cdot \sigma(\xi')^2 + \frac{16}{9} \cdot \sigma(\delta)^2 + 4 \cdot \sigma(\rho)^2 \right)^{1/2} = 0.0042 \cdot A \end{aligned} \quad (3.21)$$

Aus den Gleichungen (3.20) und (3.21) folgt dann $\bar{\eta} \leq 0.017$.

Berücksichtigt man jedoch die geringfügigen Abweichungen der experimentellen Werte der Parameter von den Werten der V-A Theorie, so ist es sinnvoller, die Grenzen von $\bar{\eta}$ und κ beziehungsweise die Grenzen von g_i $i = S, P, T$ analog Derenzo (3) mit Hilfe des χ^2 -Wertes

$$\chi^2 = \sum_i (\lambda_i - \lambda_i^0)^2 / \sigma(\lambda_i)^2$$

zu berechnen. Summiert wird über alle gemessenen Parameter λ_i mit den Messwerten λ_i^0 und den Messfehlern $\sigma(\lambda_i)$. Die Parameter λ_i werden durch die zehn Grössen $g_S, g_P, g_V, g_A, g_T, \phi_{SP}, \phi_{AV}$ und ϕ_{TT} mit $\cos\phi_{ij} = \text{Re}(C_i C_j^* + C_i^* C_j)/g_i g_j$ und ψ_{SP}, ψ_{AV} mit $\cos\psi_{ij} = \text{Im}(C_i C_j^* + C_i^* C_j)/g_i g_j$ (siehe Tabelle 1) ausgedrückt und als Funktion dieser zehn Grössen zu χ^2_0 minimalisiert. Aus dem χ^2_0+1 Wert auf der Hyperbolfläche erhält man die in Kapitel 6.2 angegebenen Grenzwerte für g_S, g_P, g_T und g_A . Mit diesen Grenzwerten und der Definition von $\bar{\eta}$ (siehe Tabelle 1) ergibt sich für $\bar{\eta}$ eine obere Limite von $\bar{\eta} \leq 0.033$. Derenzo (3) verwendete die Messwerte der fünf Parameter $\rho, \eta, \xi, \delta, \xi^1$ und minimalisierte χ^2 als Funktion der sieben Grössen $g_S/g_V, g_P/g_V, g_A/g_V, g_T/g_V, \phi_{SP}/g_V, \phi_{AV}/g_V$ und ϕ_{TT}/g_V . Daraus erhielt er die in Kapitel 2 angegebenen Grenzwerte für g_S, g_P, g_T und g_A . Aus diesen Grenzwerten berechnet sich $\bar{\eta} \leq 0.054$.

Das heisst eine Messung von $\bar{\eta}$ oder $\kappa < 0.033$ verkleinert die in dieser Arbeit berechneten Grenzwerte für g_S, g_P und g_T , während mit $\bar{\eta}$ oder $\kappa < 0.054$ die von Derenzo angegebenen Grenzwerte verbessert werden. Der von Bogart (4) angegebene experimentelle Wert $\bar{\eta} = 0.09 \pm 0.14$ jedoch entspricht einem Grenzwert von $\bar{\eta} \leq 0.20$ (siehe Kapitel 6.2).

4. MESSUNGEN DES BREMSSTRAHLUNGSZERFALLS UNPOLARISierter MYONEN

1967 untersuchten Bogart und Mitarbeiter (4) den Bremsstrahlungszzerfall $\mu^+ \rightarrow e^+ \nu_e \bar{\nu}_\mu \gamma$ des Myons. Sie verwendeten eine bezüglich des Photon- und Positronnachweises symmetrisch aufgebaute Apparatur mit zwei zylindrischen NaJ(Tl) Kristallen ($\emptyset$ 23cm, 25cm tief). Unter einem Winkel von ungefähr 180 Grad zwischen der Positron- und der Photonflugrichtung und mit einem Raumwinkel von je 1.2% für die zwei Detektoren wurden nach Abzug des Untergrundes zirka 900 koin-

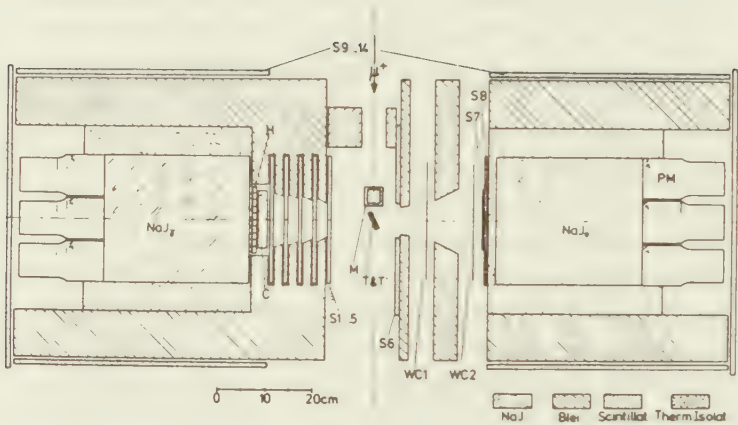
koinzidente (e, γ) Ereignisse registriert. Unter der Voraussetzung $\rho = 3/4$ und der von Fronsda1 und Uebera11 (15) angegebenen Formeln (siehe Formel 3.1 und 3.2 ohne den $(1 - \beta^2)$ -Term) bestimmten sie $\bar{\eta} = 0.09 \pm 0.14$.

1977 wurde am SIN ein Experiment zur Suche nach dem $\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma$ Zerfall durchgeföhrt (5,6). Dabei wurde der Bremsstrahlungszzerfall des Myons als unvermeidbarer "Untergrund" mitgemessen. Der Aufbau, die Durchföh rung und Analyse dieses Experimentes sind in Ref. (6) gegeben, soweit sie die Suche nach dem $\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma$ Zerfall betreffen. Im folgenden werden nun die wichtigen Daten zusammengefasst und zusätzliche Informationen und Details, die für die Analyse des Bremsstrahlungszzerfalls wesentlich sind, aufgeföhrt. Das gemessene Positron - Photonspektrum soll bezüglich der Parameter $\bar{\eta}$ und ρ der schwachen Wechselwirkung untersucht werden.

Das Experiment wurde während vier Perioden von je zehn Tagen am supraleitenden Myonenkanal $\mu E1$ des SIN mit einem μ^+ Strahl von 90 MeV/c durchgeföhrt. Die π^+ und e^+ Kontamination war kleiner als 1% resp. 0.1%. Um den Untergrund und die Totzeit der Apparatur auf einem akzeptierbaren Niveau zu halten, wurde die Strahlintensität auf $2 \cdot 3 \cdot 10^6 \mu^+/s$ und damit die Stopprate im Target auf $4 \cdot 6 \cdot 10^5 \mu^+/s$ begrenzt. In der gesamten effektiven Messzeit wurden $6 \cdot 10^{11}$ Myonen gestoppt. Während eines Teils des Experimentes wurde der μ -Kanal auf negative Pionen umgestellt und diese in einem LiH Target gestoppt. Der $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ Zerfall nach der Reaktion $\pi^- p \rightarrow \pi^0 n$ wurde für Eichzwecke gemessen.

4.1 DER AUFBAU DER APPARATUR

Figur 16 zeigt die experimentelle Anordnung. Da die Apparatur für die Suche nach dem $\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma$ Zerfall optimiert wurde, ist der Aufbau



Figur 16: Aufbau der Apparatur

M	: Moderator als Čerenkov-	(40 mm x 40 mm x 40 mm)
	zähler ausgebildet.	
T, T'	: Targetzähler	(Ø 40 mm, je 5 mm dick)
S1-S6	: Vetozähler	(je 10 mm dick)
S7	: Positronzähler	(Ø 120 mm, 5 mm dick)
S8	: Vetozähler für Mehr-	(Ø 277 mm, 5 mm dick)
	fachereignisse	
S9-S18	: Vetozähler für kosmi-	(je 10 mm dick)
	sche Teilchen	
	(S15-S18 nicht sicht-	
	bar	
C	: NaJ(Tl)-Konverterscheibe	(Ø 120 mm, 20 mm dick)
H	: Hodoskop (zwei Ebenen	(14 mm breit, 3 mm dick)
	mit je 10 Streifen)	
WC1 & WC2	: Vieldrahtkammern	(Drahtabstand 2 mm)
NaJ _e & NaJ _y	: NaJ(Tl)-Kristalle	(Ø 277 mm, je 330 mm
		lang)

zur wirksamsten Unterdrückung zufälliger Photonen und nicht kollinearere (e, γ) Ereignisse ausgelegt. Ein optimierter Aufbau zur Messung des Parameters $\bar{n}$ aus dem Bremsstrahlungszерfall wird in Kapitel 7 diskutiert.

Die Myonen werden im Čerenkov Zähler M abgebremst und in den Targetzählern T und T' gestoppt. Da das Target in die zwei Zähler T und T' aufgeteilt ist, kann der Energieverlust der Positronen im Target annähernd korrigiert werden. Nur etwa 20% der Myonen, die im Zähler M gemessen werden, stoppten in T oder T'.

Der Positronendetektor besteht aus einem zylindrischen NaJ(Tl)-Kristall ($\varnothing$ 277 mm, 330 mm tief), aus zwei Plastiksintillatorzählern S7 und S8 und zwei Vieldrahtkammern WC1 und WC2. Der Zähler S7 definiert den Raumwinkel des Detektors (1.9%) und gibt das Zeitsignal des Positrons. S8 wird gebraucht, um Ereignisse zu verwerfen, bei denen mehrere Signale innerhalb der 400 ns Integrationszeit des NaJ-Signals auftreten. Mit den beiden Drahtkammern wird die Einschussrichtung der Positronen gemessen. Mit dieser Information können die Positronen, die nicht aus dem Target kommen oder am Kollimator streuen, unterdrückt werden. Ebenso kann die Information zur Korrektur des Energieverlustes für verschiedene Targetwege verwendet werden. Die Abhängigkeit der Auflösung des NaJ_e-Detektors von der Einschussrichtung und dem Auftreffpunkt der Positronen kann untersucht werden.

Der Photonendetektor besteht aus einem NaJ-Kristall, einem Konverter-Hodoskop System und fünf Vetozählern S1 bis S5. Der Konverter C ist aus einer 20 mm dicken an einen Photomultiplier gekoppelten NaJ-Scheibe gefertigt. Der Energieverlust im 0.2 mm dicken Aluminiumfenster des NaJ-Kristalls und des Konverters ist vernachlässigbar klein. Das Hodoskop H setzt sich aus zwei Ebenen von je 14 mm

breiten und 14 cm langen Plastiksziintillatoren zusammen. Mit den Zählern S1 bis S5 werden geladene Teilchen elektronisch eliminiert. Um die Stabilität und Totzeit der Elektronik zu kontrollieren, sind die drei NaJ(Tl)-Kristalle, die Zähler S7 und S8 mit Licht emittierenden Dioden (LED) ausgerüstet.

4.2 DAS ELEKTRONISCHE SYSTEM

Figur 17 (aus Ref. (6)) zeigt das Blockdiagramm der Elektronik. Die Signale auf der linken Seite der Figur 17 stammen von den verschiedenen Detektoren. Die rechte Seite zeigt die auf Magnetband geschriebene Information. Gemessen werden die Energien E_{NaJ_e} , E_{NaJ_γ} , E_C , E_H , E_T und E_{T_1} , die Koordinaten des Hodoskops H_X und H_Y und der Drahtkammern $WC1_{x,y}$ und $WC2_{x,y}$, ausserdem die Zeitdifferenzen Δt_{eT} , $\Delta t_{\gamma T}$, Δt_{CT} und Δt_{bT} zwischen T und S7 beziehungsweise NaJ_γ , C und einem Strahlmonitor.

Das Signal K ist die Koinzidenz innerhalb von 100 ns der drei Zeitsignale t_T des Targets, t_e des Positronendetektors und t_γ des Photonendetektors. Das Zeitsignal t_e ist die Konzidenz zwischen S7, S8 und NaJ_e , wobei S7 zeitbestimmend ist. Das Zeitsignal t_γ für den Photonendetektor wird durch NaJ_γ und C gegeben.

Jedes der drei Detektorsignale t_T , t_e und t_γ wird durch das Signal S_A unterdrückt. Das 20 ns lange Vetosignal S_A wird durch die Summe der Signale der Zähler M, S1 bis S4 und S9 bis S18 erzeugt. Um ein Ansprechen auf Rauschsignale und Strahlung, die vom Kristall zurückgestreut wird, zu vermeiden, wird ein Vetosignal von S1 bis

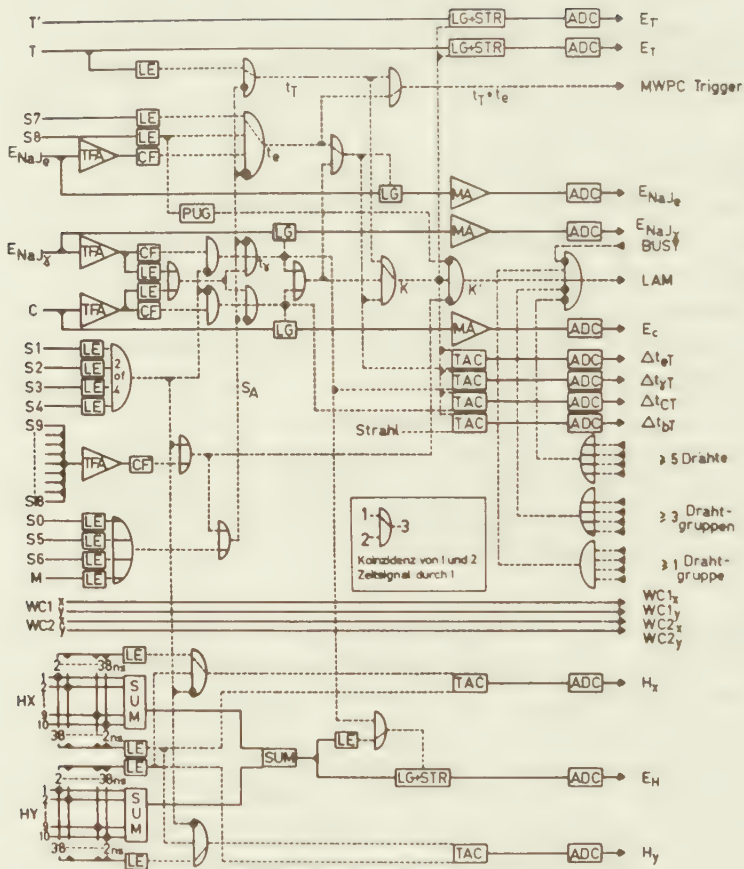
S4 nur akzeptiert, wenn wenigstens zwei der vier Zähler ein koinzidentes Signal liefern. Wenn innerhalb von ± 400 ns (Integrationszeit der NaJ-Kristalle) vom Signal K ein zusätzliches Teilchen in einem der Zähler S1 bis S8 oder S9 bis S18 detektiert wird, so wird das Ereignis verworfen, K wird damit zu K' reduziert.

Die Koinzidenz $t_f \cdot t_e$ signalisiert den Zerfall eines Myons im Target, wobei das Zerfallspositron im Positronendetektor nachgewiesen wurde. Diese Koinzidenzsignale werden als Monitor für die Zahl der gestoppten Myonen gezählt, und sie liefern den Trigger für die Vieldrahtkammern WC1 und WC2. Um Mehrdeutigkeiten in der Kammerinformation zu vermeiden, werden Ereignisse mit mehr als zwei Drahtkammergruppen verworfen.

Das Signal LAM (look at me) für die Datenauslese vom CAMAC System in den Computer ist das Signal K', unterdrückt durch die Einschränkungen der oben erwähnten Kammerbedingungen und des BUSY Signals, das während der Datenauslese gesetzt wird.

Um die Energiesignale der NaJ(Tl)-Kristalle zu erhalten, werden die Impulse durch "lineare Gates" selektiert und während der ersten 400 ns integriert.

Die Digitalzähler und LED Elektronik werden in Figur 17 nicht gezeigt. Die Form der LED Signale wurde an diejenige der Detektoren angeglichen. Ihre Frequenz während der Messung beträgt 1 Hz. Ihre Energie- und Zeitinformationen dienen zur Bestimmung der Totzeit und zur Stabilisierung des elektronischen Systems.



Figur 17: Blockdiagramm der Elektronik.

Die Eingangssignale auf der linken Seite stammen von den in Figur 16 angegebenen Detektoren. Die rechte Seite zeigt die auf Magnetband geschriebene Information. Die mit E bezeichneten Ausgangssignale sind die Energien, die durch die mit Index angegebenen Detektoren gemessen wurden. Die mit Δt angegebenen Ausgangssignale sind die Zeitdifferenzen zwischen den mit Index angegebenen Detektorsignalen.

H_x , H_y sind die gemessenen Koordinaten des Hodoskops und $WC1_{x,y}$ und $WC2_{x,y}$ diejenigen der Drahtkammern.

Die mit t bezeichneten Signale sind die Zeitsignale der mit Index angegebenen Detektoren. LAM (look at me) ist das Signal für die Datenauslese vom CAMAC System in den Computer. Die Bedeutung der Signale S_A , K, K' und BUSY ist im Text erklärt.

ADC: Amplituden zu Digital Konverter

CF : "Constant Fraction" Diskriminator

LE : "Leading Edge" Diskriminator

LG : Lineares "Gate"

MA : Hauptverstärker

PUG: "Gate" zur Unterdrückung von Mehrfachereignissen (pile-up)

SUM: linearer Addierer

TAC: Zeit zu Amplituden Konverter

TFA: "Timing Filter" Verstärker

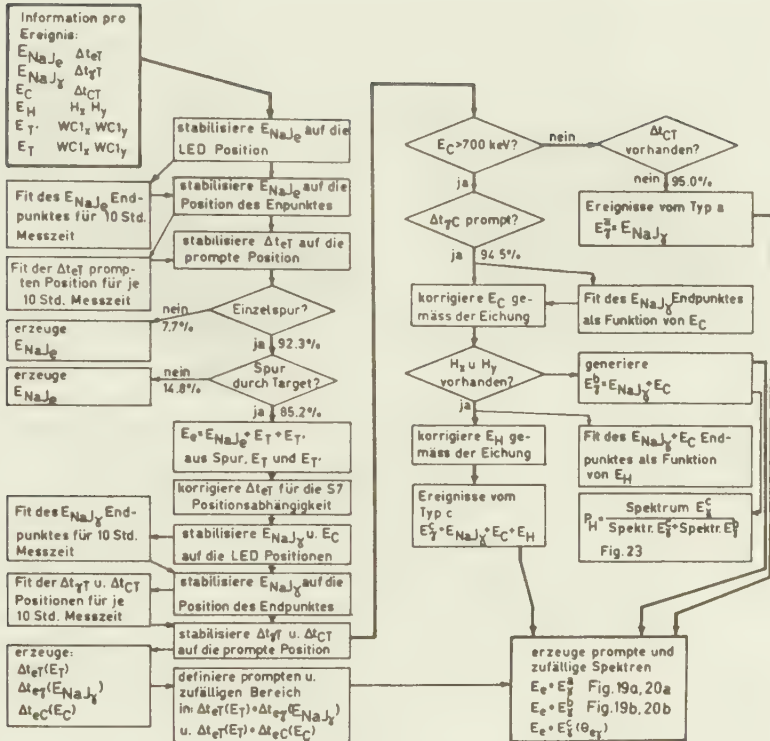
4.3 DIE DATENVERARBEITUNG

Figur 18 (aus Ref. (6)) zeigt das Flussdiagramm für die Datenverarbeitung. Der Kasten links oben zeigt die Informationen, die für jedes Ereignis auf Magnetband registriert wurden. Der Kasten rechts unten enthält die verarbeiteten Daten in Form von je drei prompten und zufälligen Verteilungen der Positron- und Photonenergien. Die Verteilungen sind wie folgt definiert:

- a) Der Konverter hat kein Energiesignal oberhalb 700 keV und kein Zeitsignal: das Photon ist nicht konvertiert.
- b) Der Konverter hat ein Energiesignal oberhalb 700 keV, sein Zeitsignal ist prompt zum NaJ_γ Signal: das Photon ist konvertiert.
- c) Ereignisse von b mit einem Hodoskopsignal, mit dem der Winkel zwischen Positron und Photon bestimmt werden kann: im folgenden vollständig konvertiert genannt.

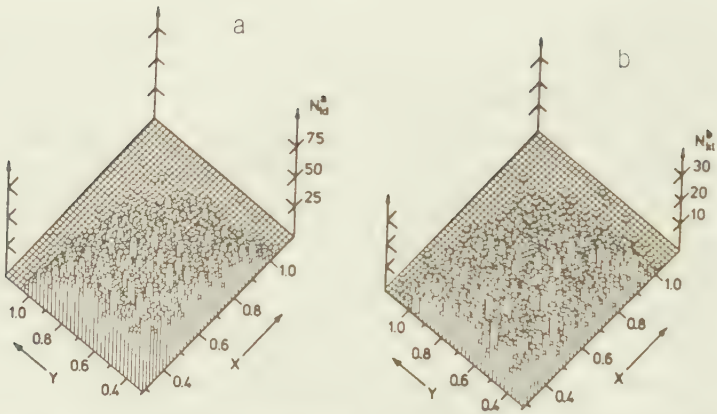
In einem ersten Schritt der Datenverarbeitung werden für jedes Ereignis die drei NaJ -Energien bezüglich der mittleren Position der zehn vorangegangenen LED Signale stabilisiert. Bei einer LED Frequenz von 1 Hz werden so Kurzzeitschwankungen, verursacht zum Beispiel durch Veränderungen der Strahlintensität, berücksichtigt. Langzeitschwankungen der LED Position bis maximal 3%, zum Beispiel infolge Temperaturschwankungen, werden für Perioden von je zehn Stunden Messzeit durch Bestimmung des Endpunktes der Energiespektren korrigiert. Die Schwankungen in den Zeitdifferenzen Δt_{eT} , Δt_{YT} und Δt_{CT} von maximal 1 ns werden mit einem gleichartigen Verfahren stabilisiert. In einem nächsten Schritt werden Ereignisse mit mehreren Spuren in den Kammern und Spuren, die nicht durch das Target gehen, eliminiert.

Die Positronenergie E_e ist die Summe der im NaJ_e gemessenen Energie

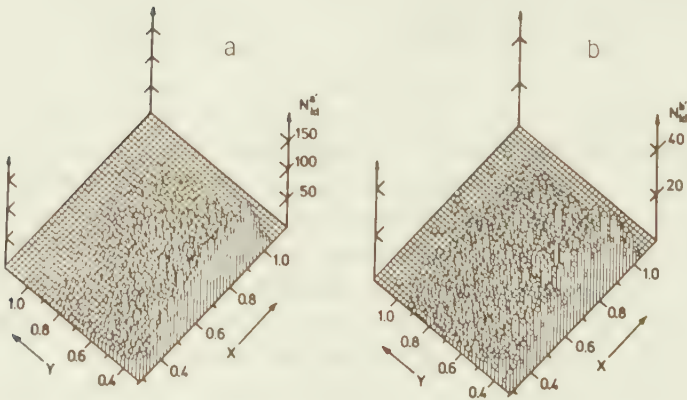


Figur 18: Flussdiagramm für die Datenverarbeitung.

Der Kasten links oben zeigt die Informationen, die für jedes Ereignis auf Magnetband registriert wurden. Die Bezeichnungen der "Information pro Ereignis" entsprechen denjenigen von Figur 17. Der Kasten rechts unten enthält die verarbeiteten Daten in Form von prompten und zufälligen Verteilungen der Positron- und Photonenergien.



Figur 19: Gemessene Energiespektren N_{kl}^i $i = a, b$ der prompten unkonvertierten (Figur a) und der prompten konvertierten (Figur b) (e, γ) -Ereignisse als Funktion von $x = 2E_e/m_\mu$ und $y = 2E_\gamma/m_\mu$ E_e : Elektronenergie, E_γ : Photonenergie, m_μ : Myonmasse. (k, l) sind die Kanalzahlen mit dem Energieintervall $\Delta x = 0.019$ und $\Delta y = 0.023$.



Figur 20: Gemessene Energiespektren $N_{kl}^{i'}$ $i = a, b$ der zufälligen unkonvertierten (Figur a) und der zufälligen konvertierten (Figur b) (e, γ) -Ereignisse.

und der Energieverluste im Target, den Zählern S7, S8 und im NaJ_e-Fenster. Die Targetsignale E_T und $E_{\bar{T}}$ werden nur benützt, um zu entscheiden, in welchem der beiden Targets der Zerfall stattfand. Mit dieser Kenntnis und derjenigen der gemessenen Positronflugrichtung wird für jedes Positron ein mittlerer Energieverlust im Target zwischen 0.5 und 3.0 MeV berechnet und zur Energie E_{NaJ_e} addiert.

Die Photonenergie E_γ ist die Summe der im NaJ_Y-Kristall, Konverter C und Hodoskop H gemessenen Energien. E_C und E_H werden so gewählt, dass die Position des Endpunktes des E_γ -Spektrums nicht von ihnen abhängt.

5. DIE DATENANALYSE

Die gemessenen zweidimensionalen Energiespektren der prompten (e, γ) Ereignisse in Figur 19 werden interpretiert als Ereignisse des $\mu^+ \rightarrow e^+ \nu_e \bar{\nu}_\mu \gamma$ Zerfalls und als Untergrundereignisse mit der gemessenen Energieverteilung von Figur 20.

Um aus den gemessenen Spektren die Parameter $\bar{\eta}$ und ρ zu bestimmen, wird mit Hilfe der Formel (3.10) ein Bremsstrahlungsspektrum berechnet. Dieses theoretische Spektrum wird mit den Energieauflösungsfunktionen der Detektoren und der Ansprechwahrscheinlichkeit der Apparatur für ein Positron-Photonpaar gefaltet.

Der zufällige Untergrund im prompten Spektrum lässt sich aus dem Verhältnis der gewählten Zeitfenster für Figur 19 und 20 und der unterschiedlichen Totzeit bestimmen (siehe Kapitel 5.3).

Die Ansprechwahrscheinlichkeit der Apparatur für ein Positron-Photonpaar hängt vom relativen Winkel der Flugrichtungen der Teilchen und von ihren Energien ab. Sie wird in Kapitel 5.1 diskutiert. Die Bestimmung der Energieauflösungen und Energieeichungen wird in Kapitel 5.2 beschrieben. In Kapitel 5.3 wird die Bestimmung von $\bar{n}$ und ρ aus den Messdaten erläutert.

5.1 DIE ANSPRECHWAHRSCHEINLICHKEIT DER APPARATUR

Das gemessene Bremsstrahlungsspektrum des $\mu \rightarrow e \nu \bar{\nu} \gamma$ Zerfalls wird durch folgende Funktion beschrieben:

$$\frac{d^3 N_Y^i(x, y, \theta_{e\gamma})}{dx \cdot dy \cdot d(\cos \theta_{e\gamma})} = N_\mu \cdot \int_{x'} \int_{y'} \frac{d^3 R_Y(x', y', \theta_{e\gamma})}{dx \cdot dy \cdot 2\pi \cdot d(\cos \theta_{e\gamma})} \cdot g_1^i(x, x') \cdot g_2^i(y, y') \cdot \epsilon_{e\gamma}^i(x', y', \theta_{e\gamma}) \cdot dx' dy' \quad (5.1.1)$$

mit $i = a, b, c$ (siehe Definitionen in Kapitel 4.3).

x' ist die Energie des einfallenden Positrons, y' diejenige des Photons. x und y sind die von den Detektoren gemessenen Energien. N_μ ist die Anzahl der gestoppten Myonen. Die Funktion $d^3 R_Y / (dx \cdot dy \cdot 2\pi \cdot d(\cos \theta_{e\gamma}))$ ist durch Formel (3.10) gegeben und ist in den Figuren 2 bis 4 dargestellt. Die Auflösungsfunktionen g_1 des Positronendetektors und g_2 des Photonendetektors werden in Kapitel 5.2 diskutiert. ϵ ist definiert als

$$\epsilon = \epsilon_{e\gamma}^{\text{tot}} \cdot \epsilon_{\gamma}^{\text{tot}} \cdot \epsilon_{e\gamma}^{\text{el}} \quad (5.1.2a)$$

und $\epsilon_{e\gamma}^i$ als

$$\epsilon_{e\gamma}^i(x', y', \theta_{e\gamma}) = \epsilon_{e\gamma}^{(i)}(x') \cdot \epsilon_i(y') \quad i = a, b, c \quad (5.1.2b)$$

ϵ_e^{tot} ist die Wahrscheinlichkeit, ein Positron aus dem Target im NaJ-Detektor nachzuweisen. ϵ_Y ist die Wahrscheinlichkeit, dass die gemessene Photonsignatur in einer der Definitionen a, b oder c von Kapitel 4.3 enthalten ist. Falsche Signaturen werden vor allem erzeugt durch Ueberlagerung von zwei Photonensignalen innerhalb der 400 ns Integrationszeit der NaJ-Detektoren. ϵ_t steht für die Reduktion verursacht durch die gewählten Zeitfenster und ϵ_{e1} für die Ansprechwahrscheinlichkeit des elektronischen Systems. $\epsilon_{ey}^{(\odot ey)}$ ist die geometrische Akzeptanz für ein Positron-Photon-paar, wenn das Positron schon detektiert ist. $\epsilon_j(y')$ ist die berechnete Wahrscheinlichkeit, die Signatur des Photons als Typ a, b oder c zu identifizieren, wobei zusätzlich die Absorption im Target und den Szintillationszählern S1 bis S5 berücksichtigt wird. Im folgenden werden die einzelnen Ansprechwahrscheinlichkeiten im Detail diskutiert:

ϵ_e^{tot} : Die Positronennachweiswahrscheinlichkeit ϵ_e^{tot} ist das Produkt aus dem Raumwinkel (1.9%) und der intrinsischen Ansprechwahrscheinlichkeit des Detektors, die hauptsächlich durch die Effizienz der Drahtkammern von 95% bestimmt wird, sowie der Ansprechwahrscheinlichkeit des elektronischen Systems (90%), was zusammen $\epsilon_e^{\text{tot}} = 1.6\%$ ergibt.

ϵ_Y : $1 - \epsilon_Y$ wird von der Häufigkeit folgender Ereignisse bestimmt. Das Energiesignal E_C des Konverters ist kleiner als 700 keV und ein Zeitsignal t_C ist vorhanden. Dies sind $(5.0 \pm 0.5)\%$ aller Ereignisse. Das Energiesignal E_C ist grösser als die Schwelle und t_C ist zufällig. Dies sind $(5.5 \pm 0.3)\%$ aller Ereignisse. Somit ist $\epsilon_Y = 0.895 \pm 0.006$.

ϵ_t : Das Fenster auf Δt_{ey} wurde so gewählt, dass energieunabhängig

$(90.0 \pm 0.3)\%$ aller prompten Ereignisse akzeptiert werden. Der entsprechende Wert für Δt_{eT} ist $(98.0 \pm 0.3)\%$. Dies ergibt $\epsilon_t = 0.882 \pm 0.004$.

ϵ_{e1} : Die Ansprechwahrscheinlichkeit des elektronischen Systems (Figur 17) für (e, γ) Ereignisse ist auf die Ansprechwahrscheinlichkeit des Monitorsignals $t_T \cdot t_e$ normiert. Sie wird deshalb durch folgende Totzeiten bestimmt:

- Die Totzeit, die verursacht wird durch das 20 ns lange Vetsignal S_A . Da S_A jedes der drei Zeitsignale t_T , t_e und t_γ einzeln unterdrückt, hängt diese Totzeit von der relativen Lage dieser Signale zueinander ab (siehe Figur 21). Diese Totzeit ist $(12.6 \pm 0.7)\%$ für die zufälligen und $(1.1 \pm 0.3)\%$ für die prompten Spektren.

- Die Totzeit, die verursacht wird durch die 400 ns langen Vetsignale: $(11.1 \pm 0.6)\%$.

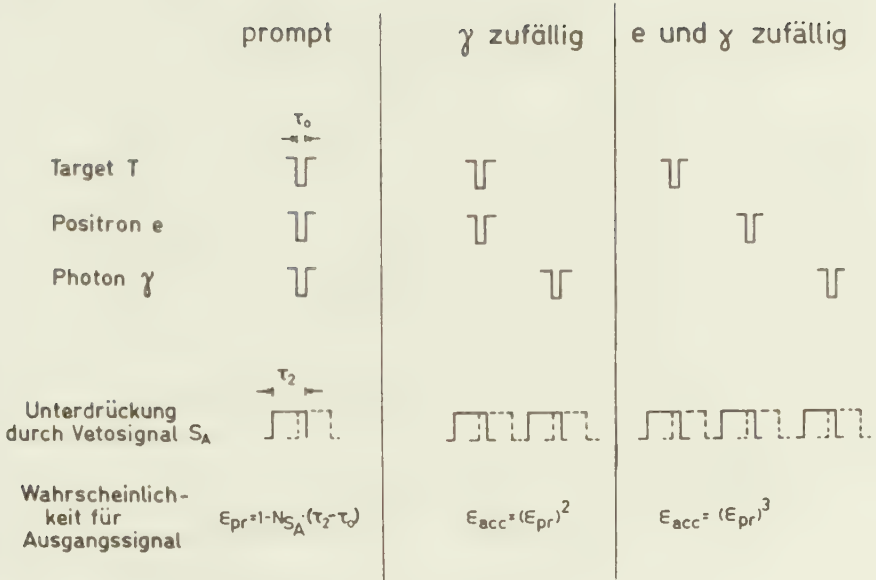
- Die Totzeit, die verursacht wird durch die "Zeit zu Amplituden Konverter" (TAC): $(1.5 \pm 0.3)\%$.

Die Totzeit, die verursacht wird durch die "Amplituden zu Digital Konverter" (ADC) und durch den Computer kann wegen der sehr niedrigen Triggerrate LAM für die Auslese vernachlässigt werden.

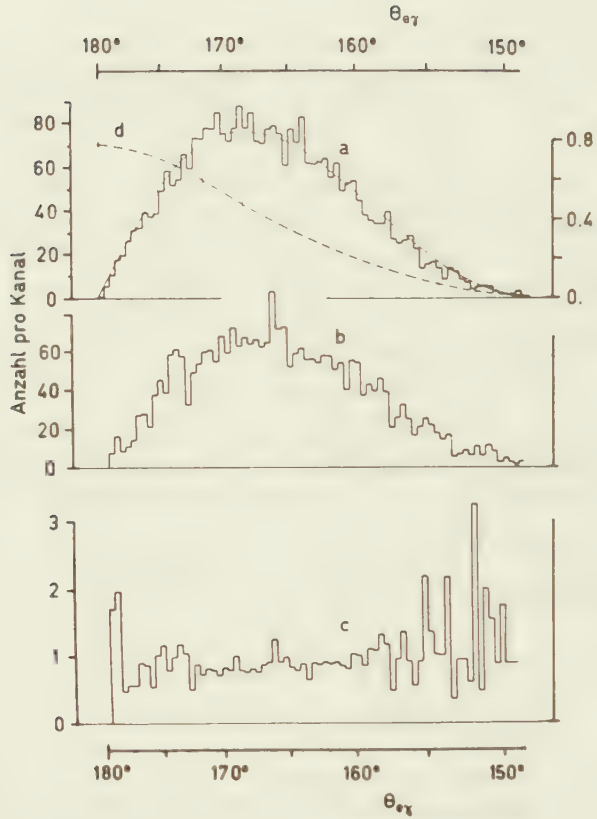
Die oben diskutierten einzelnen Totzeiten wurden experimentell aus dem Verhältnis der gemessenen und der tatsächlichen LED Rate bestimmt. Daraus ergab sich für die prompten Ereignisse (Spektren von Figur 19) $\epsilon_{e1} = 0.866 \pm 0.007$ und für die zufälligen Ereignisse (Spektren von Figur 20)

$$\epsilon_{e1} = 0.765 \pm 0.008.$$

$\epsilon_{e\gamma}(\epsilon_\gamma)$: Die geometrische Akzeptanz $\epsilon_{e\gamma}(\epsilon_\gamma)$ wurde mit Hilfe der gemessenen Stopppverteilung im Target (siehe Anhang C in Ref. (17)) und der bekannten Geometrie der Apparatur mit einer Monte Carlo Simulation berechnet. $\epsilon_{e\gamma}$ ist in Figur 22 dargestellt.



Figur 21: Vorgang der Unterdrückung der Positron-Photonsignale durch das Vetosignal S_A für prompte Ereignisse (ϵ_{pr}), für Ereignisse, bei denen nur zwei Signale zueinander prompt sind ($\epsilon_{acc} = (\epsilon_{pr})^2$) und für Ereignisse, bei denen alle Signale zueinander zufällig sind ($\epsilon_{acc} = (\epsilon_{pr})^3$). Die Wahrscheinlichkeit ϵ für ein Ausgangssignal hängt von der Rate N_{S_A} und der Länge τ_2 des Vetosignals S_A sowie der Länge τ_0 der Target-, Positron- und Photondetektorsignale und deren gegenseitigem Abstand ab.



Figur 22: Histogramm der zufälligen, vollständig konvertierten Ereignisse (Histogramm a, linke Skala) und der prompten, vollständig konvertierten Ereignisse (Histogramm b) als Funktion des gemessenen Winkels $\theta_{e\gamma}$ zwischen der Positron- und der Photonflugrichtung. Dabei ist die Positronenenergie $E_e \geq 22$ MeV und die Photonenergie $E_\gamma \geq 20$ MeV. Histogramm c stellt das Verhältnis von prompten zu zufälligen Ereignissen dar. Gezeigt wird auch die Monte Carlo Berechnung der Akzeptanz $\epsilon_{e\gamma}(\theta_{e\gamma})$ für (e,γ) Koinzidenzen, falls das Positron detektiert ist (Kurve d, rechte Skala). Die Kurve durch das Histogramm a erhält man aus der Kurve d durch Multiplikation mit $\sin\theta_{e\gamma} \cdot \cos^2\theta_{e\gamma}$.

$\epsilon_i(y')$: Die Wahrscheinlichkeit $\epsilon_i(y')$, die Signatur eines Photons als Typ a, b, oder c zu identifizieren ist in Figur 23 in Abhängigkeit der Energie dargestellt. Es gilt

$$\epsilon_a = (1-P_V) \cdot (1-P_C), \epsilon_b = (1-P_V) \cdot P_C \text{ und } \epsilon_c = (1-P_V) \cdot P_C \cdot P_H.$$

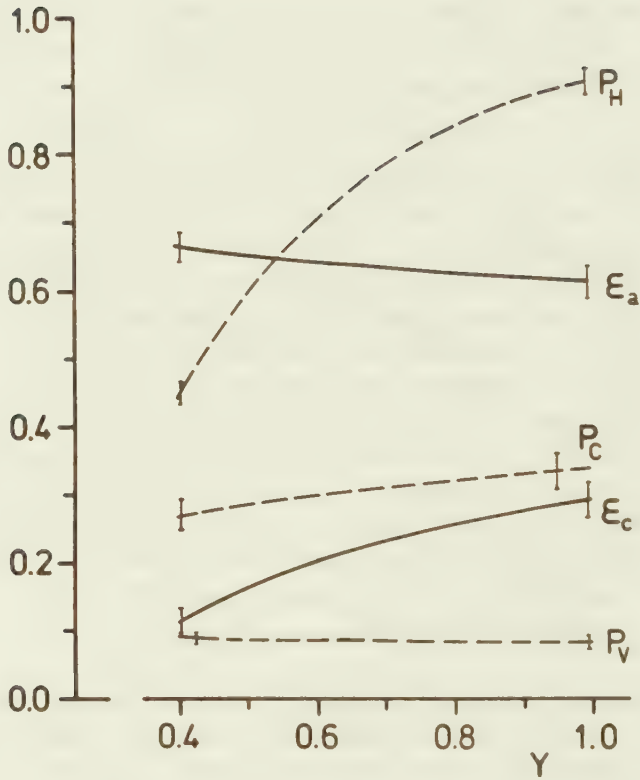
$P_V(y')$ ist die Wahrscheinlichkeit für eine Photonkonversion im Target oder in den Antizählern. $P_C(y')$ ist die Konversionswahrscheinlichkeit der Photonen im Konverter und $P_H(y')$ ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein konvertiertes Photon ein Signal im Hodoskop erzeugt. P_V und P_C wurden mit Hilfe der in Ref. (20) angegebenen Formeln und Tabellen berechnet. Bei einer Unsicherheit von 10% (siehe Ref. (21)) für die Photonenabschwächungskoeffizienten ergibt sich bei 50 MeV ein Fehler von 9.6% für P_V und 8.2% für P_C . P_V , P_C , ϵ_a und ϵ_c werden in Figur 23 gezeigt. Die Wahrscheinlichkeit $P_H(y) = \int P_H(y') \cdot g_2^C(y, y') \cdot dy'$ wurde direkt aus dem Experiment genommen; sie ist mit ihren statistischen Fehlern in Figur 23 dargestellt. Bei 50 MeV betragen die Unsicherheiten für ϵ_a 4.1%, resp. für ϵ_c 14%.

N_μ : Die Anzahl N_μ gestoppter Myonen in Gleichung (5.1.1) wurde aus der Anzahl N_e der im Positronendetektor gezählten Ereignisse berechnet. Da N_e Untergrundereignisse enthält, die an den Kollimatorwänden streuten, wurde eine korrigierte Anzahl

$$N'_e = N_e \cdot \epsilon_{Sp} \quad (5.1.3)$$

berechnet. Der Korrekturfaktor ϵ_{Sp} wurde durch die Information aus den Drahtkammern experimentell bestimmt:

(7.7 ± 0.2)% aller Ereignisse auf der Positronenseite zeigen zwei Spuren in den Kammern. Von den Ereignissen mit nur einer Spur in den Kammern gehen (14.8 ± 0.2)% Spuren nicht durch das Target. Somit ist $\epsilon_{Sp} = 0.786 \pm 0.003$. N_μ berechnet sich dann aus



Figur 23: Ansprechwahrscheinlichkeit für Photonen ohne Konversion (ϵ_a) und mit vollständiger Konversion (ϵ_c) als Funktion der Photonenergie γ . $\epsilon_a = (1-P_V) \cdot (1-P_C)$, $\epsilon_c = (1-P_V)P_C P_H$ mit

P_V : die Konversionswahrscheinlichkeit der Photonen im Target und den Vetoählern S1 bis S4,

P_C : die Konversionswahrscheinlichkeit der Photonen im Konverter C und

P_H : die Wahrscheinlichkeit, dass in C konvertierte Photonen in beiden Ebenen des Hodoskops ein Signal geben.

$$N'_e = N_{\mu} \cdot \epsilon_e^{\text{tot}} \cdot \epsilon_{DE} \quad (5.1.4)$$

wobei ϵ_{DE} die Absorption niederenergetischer Positronen im Target und in den Zählern S7 und S8 berücksichtigt. Aus dem gemessenen Positronenspektrum des normalen μ -Zerfalls (Michelspektrum) und Monte Carlo Rechnungen über den Energieverlust der Positronen wurde ϵ_{DE} zu 0.991 ± 0.006 abgeschätzt.

Mit Hilfe der Gleichungen (5.1.3) und (5.1.4) kann der Faktor $N_{\mu} \cdot \epsilon$ in Gleichung (5.1.1) ersetzt werden durch:

$$N_{\mu} \cdot \epsilon = N_{\mu} \cdot \epsilon_{\text{tot}} \cdot \epsilon_{\gamma} \cdot \epsilon_t \cdot \epsilon_{el} = \frac{N_e \cdot \epsilon_{Sp}}{\epsilon_{DE}} \cdot \epsilon_{\gamma} \cdot \epsilon_t \cdot \epsilon_{el} \quad (5.1.5).$$

Dabei ist die Anzahl der gemessenen Teilchen im Positronendetektor $N_e = 1.075 \cdot 10^{10}$, und für die fünf übrigen Faktoren wurden die oben diskutierten Werte eingesetzt. Mit Gleichung (5.1.5) müssen die beiden nur schwer bestimmbar Faktoren N_{μ} und ϵ_{tot} nicht explizit angegeben werden.

5.2 DIE ENERGIEAUFLÖSUNG UND ENERGIEEICHUNG

Für die Berechnung des gemessenen $\mu \rightarrow e \nu \bar{\nu} \gamma$ Spektrums beziehungsweise für die Bestimmung des $\bar{\eta}$ und ρ Parameters aus den experimentellen Daten ist eine genaue Kenntnis der Energieauflösungsfunktionen $g_1(x, x')$ des Positronendetektors und $g_2^i(y, y')$ des Photonendetektors sowie der Ansprechwahrscheinlichkeit der Apparatur von entscheidender Bedeutung.

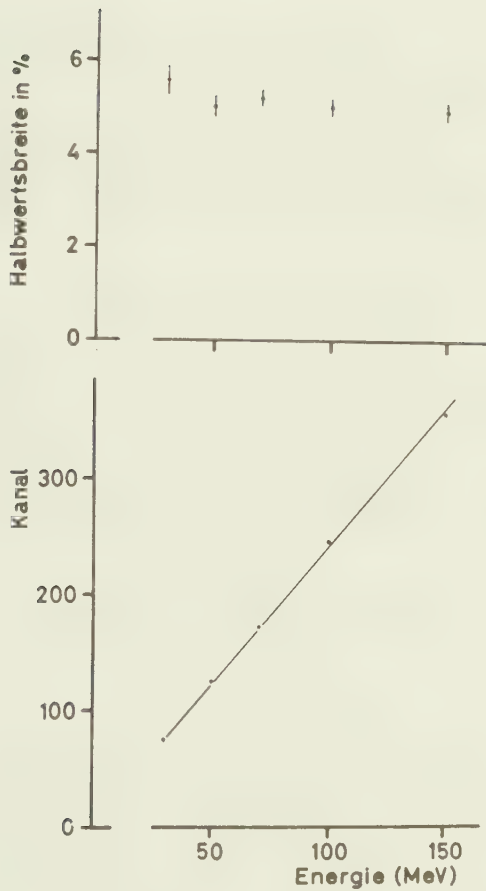
Die Form, Halbwertsbreite und Position der jeweiligen Auflösungsfunktion hängen von der Bildung der Schauer im Kristall ab. Da Verluste von Schauerteilchen mit der Grösse des Kristalls sowie dem Auftreffpunkt, der Flugrichtung und der Energie des Teilchens

korreliert sind, bestimmen die Geometrie der Apparatur und die Kinetik des Prozesses die Auflösung. Für zufällige Koinzidenzen und die Zerfälle $\mu \rightarrow e \nu \bar{\nu} \gamma$ und $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ sowie für konvertierte und unkonvertierte Photonen können daher unterschiedliche Auflösungen beobachtet werden.

Die Form der Auflösungsfunktionen wurde direkt mit einem gut fokussierten Positronenstrahl sowie mit Photonen aus dem $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ Zerfall bestimmt. Die π^0 -Mesonen wurden mit der Reaktion $\pi^- p \rightarrow \pi^0 n$ durch stoppen von π^- in einem LiH Target erzeugt. Die π^0 -Mesonen besitzen eine monochromatische kinetische Energie von 2.9 MeV, die Zerfallsphotonen eine Energie zwischen 54.9 MeV und 83.0 MeV. Der Winkel zwischen den zwei Photonen variiert von 156.4° für Photonen gleicher Energie bis 180° für Photonen mit extremer Energie. Durch Selektion von Photonen maximaler Energie im Positronendetektor werden im Photonendetektor nur Photonen gerade oberhalb von 54.9 MeV nachgewiesen.

Die Amplitude der Auflösungsfunktionen ist für $x \ll x'$ und $y \ll y'$, d.h. für Teilchen, deren Energie viel grösser ist als die vom Detektor gemessene Energie, annähernd konstant. Diese konstanten Werte $g_1(x \ll x')$ und $g_2(y \ll y')$ wurden mit Hilfe der Messungen am Positronenstrahl zu kleiner als 1.2% des Maximums der Auflösungsfunktionen abgeschätzt. $g_1(x \ll x')$ wurde aus einem Fit an das Positronenspektrum des $\mu \rightarrow e \nu \bar{\nu}$ Zerfalls bestimmt (siehe unten). Für die Auflösungsfunktionen der unkonvertierten Photonen (Typ a von Kapitel 4.3) wurde $g_2^a(y \ll y')$ dem Wert $g_1(x \ll x')$ gleichgesetzt. Für die konvertierten Photonen wurde $g_2^i(y \ll y')$ zu $(0.6 \pm 0.6)\%$ des Maximums von $g_2^i(y, y')$ angenommen.

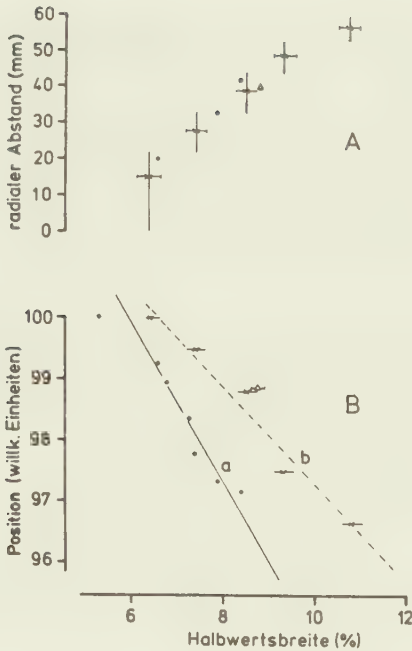
Figur 24 zeigt die mit einem fokussierten Positronenstrahl gemessenen relativen Halbwertsbreiten der Auflösungsfunktionen der Detektoren im Energiebereich von 30 bis 150 MeV. Da diese Messwerte annähernd energieunabhängig sind, wurde in der Auswertung $g_1(x, x')$ durch $g_1(\frac{x}{x_T})$ und $g_2(y, y')$ durch $g_2(\frac{y}{y_T})$ ersetzt. Die Funktionen g_1



Figur 24: Energieabhängigkeit der Auflösungsfunktion des NaJ-Detektors gemessen mit einem fokussierten Positronenstrahl im Energiebereich von 30 bis 150 MeV.
A zeigt die relative Halbwertsbreite und
B die gemessene Position des Maximums der Auflösungsfunktion.

und g_2 werden somit nur durch den Auftreffpunkt und die Flugrichtung der Teilchen bestimmt. Durch die Geometrie ist die Flugrichtung durch den Auftreffpunkt gegeben. Figur 25A zeigt die Korrelation zwischen der Halbwertsbreite und dem Auftreffpunkt und Figur 25B diejenige zwischen der gemessenen Position im Energiespektrum und der Halbwertsbreite der Auflösungsfunktion.

Die Berücksichtigung der oben diskutierten Abhängigkeit der Auflösungsfunktion vom Auftreffpunkt des Teilchens im NaJ ist für den Positronendetektor mit Hilfe der Information der Drahtkammern für alle Teilchen möglich. Für den Photonendetektor kann die Abhängigkeit höchstens für die vollständig konvertierten Ereignisse berücksichtigt werden. Diese liefern jedoch wegen ihrer geringen Statistik unschlüssige Fitresultate für die Abhängigkeit. Zusätzlich hängt die Form des gemessenen Positronenspektrums des $\mu \rightarrow e \nu \bar{\nu} \gamma$ Zerfalls nur schwach von der Form der Auflösungsfunktion ab. Deshalb wurde in der Auswertung für beide Detektoren eine über die Eintrittsfläche der NaJ-Kristalle gemittelte Auflösungsfunktion verwendet. Die Form der gemittelten Auflösungsfunktionen g_1 und g_2 hängt von der Kinematik des Prozesses ab beziehungsweise von der Verteilung des Winkels Θ_{ey} zwischen den zwei registrierten Teilchen. Die Θ_{ey} -Verteilungen für den Bremsstrahlungszерfall und die zufälligen Koinzidenzen zeigt Figur 22. Da die zufälligen Koinzidenzen isotrop verteilt sind, wird die gemessene Winkelverteilung (Histogramm a von Figur 22) durch das Produkt aus der Winkelakzeptanz $\epsilon_{ey}(\Theta_{ey})$ der Apparatur (Kurve d) und dem Faktor $\sin \Theta_{ey} \cdot \cos^2 \Theta_{ey}$ beschrieben. Die Kurve durch a zeigt die so berechnete Winkelverteilung. Die Zerfallswahrscheinlichkeit des Bremsstrahlungszерfalls hängt vom Winkel Θ_{ey} ab. Für feste Energien x und y nimmt sie mit kleiner werdendem Winkel Θ_{ey} stark zu, sofern der Winkel innerhalb des kinematisch erlaubten Bereiches liegt (siehe Figur 2). Durch die Integration über die in der Auswertung gewählten Energiebereiche



Figur 25: A Abhängigkeit der Halbwertsbreite der Auflösungsfunktion vom Auftreffpunkt des Teilchens im NaJ-Detektor. Die vollen Punkte wurden mit einem fokussierten Positronenstrahl, der durch das Target ging, gemessen. Die mit einem Stern bezeichneten Punkte ergaben sich aus Fits an gemessenen Positronenspektren aus dem normalen μ -Zerfall. Der durch die Ortsinformation der Drahtkammern jeweils ausgewählte Bereich ist durch die vertikalen Striche angegeben. Die Punkte bezeichnen den mittleren Radius der entsprechenden Bereiche. Das Dreieck ist die gefittete Halbwertsbreite für die Auflösungsfunktion des gesamten Positronenspektrums, dessen mittlerer Radius 40.0 cm beträgt. Die horizontal eingezeichneten Fehler wurden aus Fits bestimmt.

B Gemessene Position des Maximums der Auflösungsfunktion als Funktion der Halbwertsbreite. Die Bedeutung der vollen Punkte, der mit einem Stern bezeichneten Punkte und des Dreiecks ist in Figur 30A erklärt. a und b sind die gefitteten Geraden durch die vollen Punkte beziehungsweise durch die mit einem Stern bezeichneten Punkte.

wird diese Zunahme im Winkelbereich unserer Apparatur jedoch abgeschwächt. Daher stimmt die Winkelverteilung der Bremsstrahlungsergebnisse (siehe Histogramm b von Figur 22) praktisch mit der Winkelverteilung der zufälligen Ereignisse (Histogramm a von Figur 22) überein. Die Ähnlichkeit der Verteilungen ist aus dem Histogramm c von Figur 22 ersichtlich. Das Histogramm c entspricht der gemessenen Winkelverteilung des Bremsstrahlungszерfalls für konvertierte Ereignisse.

Auf Grund obiger Überlegungen wurde die Energieauflösungsfunktion $g_1(x, x')$ für den $\mu \rightarrow e \bar{\nu} \gamma$ Zerfall an das gemessene Positronenspektrum des $\mu \rightarrow e \bar{\nu}$ Zerfalls gefittet. Hierfür wurde das von T. Kinoshita und A. Sirlin (22) unter Berücksichtigung der Strahlungskorrekturen berechnete Positronenspektrum des $\mu \rightarrow e \bar{\nu}$ Zerfalls verwendet.

Die Energieauflösungsfunktion $g_2(y, y')$ wurde durch einen Fit des mit der Winkelakzeptanz der Apparatur gefalteten und über die Positronenergien integrierten berechneten Bremsstrahlungsspektrums $\mu \rightarrow e \bar{\nu} \gamma$ an das gemessene prompte Photonenspektrum bestimmt.

Der Nullpunkt für die Positronenergie wurde durch den Energieverlust DE der Positronen in den Zählern S7 und S8 und im NaJ_e -Fenster bestimmt. Der Energieverlust der Positronen in den Zählern S7, S8 und im NaJ -Fenster wurde in einer Monte Carlo Rechnung auf $DE = 3.0$ MeV berechnet. Der Energieverlust im Target wurde, wie in Kapitel 4.3 beschrieben, korrigiert. Experimentell wurde DE aus dem Vergleich des gefitteten Endpunktes des Michelspektrums und der gefitteten Position der Auflösungsfunktion der π^0 -Photonen zu $DE = 5.4 \pm 1.2$ MeV bestimmt. In der weiteren Auswertung wurde $DE = 4.8 \pm 1.8$ MeV angenommen. Zusätzlich wurde der Energieverlust DE am Michelspektrum gefittet. Das Ergebnis ist mit obigem Wert in guter Übereinstimmung.

5.3 METHODE ZUR BESTIMMUNG DER PARAMETER $\bar{\eta}$ UND ρ

N_{kl}^i ($i = a, b$ nach den Definitionen von Kapitel 4.3), die gemessenen zweidimensionalen Energieverteilungen von Figur 19 interpretierten wir als die Summe S_{kl}^i aus den Spektren des Bremsstrahlungszерfalls $N_Y^i(k,l)$ und der zufälligen Koinzidenzen A_{kl}^i :

$$\begin{aligned} S_{kl}^i &= \alpha \cdot N_Y^i(k,l) + \beta \cdot A_{kl}^i = \\ &= \alpha \cdot [F_{1,kl}^i + \bar{\eta} \cdot F_{2,kl}^i - \frac{4}{3} \cdot (\rho - \frac{3}{4}) \cdot F_{3,kl}^i] + \beta \cdot A_{kl}^i \quad (5.3.1) \end{aligned}$$

Die Indizes k und l entsprechen den Kanalnummern von x und y . Dabei ist

$$N_Y^i(k,l) = \frac{1}{N_\mu \cdot \epsilon} \cdot \int_k \int_l \int_{\cos \theta_{eY}} \frac{d^3 N_Y^i(x,y,\theta_{eY})}{dx \cdot dy \cdot d(\cos \theta_{eY})} dx \cdot dy \cdot d(\cos \theta_{eY})$$

mit Integration über das Energieintervall des k -ten und l -ten Ka-

nals und der Winkelakzeptanz der Apparatur. $\frac{d^3 N_Y^i}{dx \cdot dy \cdot d(\cos \theta_{eY})}$ ist

durch Formel (5.1.1) und $N_\mu \cdot \epsilon$ durch Formel (5.1.5) bestimmt. Die Funktionen $F_{j,kl}^i$ $j = 1,2,3$ wurden aus den Funktionen $f_j(x,y,\theta_{eY})$ von Formel (3.11) durch Faltung über die Auflösungsfunktionen gemäss Gleichung (5.1.1) berechnet:

$$F_{j,kl}^i =$$

$$\int_k \int_l \left[\int_{x'=0}^1 \int_{y'=0}^1 \int_{\cos \theta_{eY}=-1}^{+1} f_j(x',y',\theta_{eY}) \cdot g_1(x,x') \cdot g_2^i(y,y') \cdot \epsilon_{eY}^i(x',y',\theta_{eY}) \cdot dx' \cdot dy' \cdot d(\cos \theta_{eY}) \right] \cdot dx \cdot dy$$

Die Funktionen $F_{j,k,l}^i$ sind für $i = a$ in Figur 26 und 27 dargestellt. Der zufällige Untergrund A_{kl}^i wurde aus dem gemessenen Untergrund $N_{kl}^{i'}$ berechnet:

$$A_{kl}^i \approx \frac{\sum_l N_{kl}^{i'}}{\sum_k N_{kl}^{i'}} \quad i = a, b$$

A_{kl}^i hat gegenüber $N_{kl}^{i'}$ grössere statistische Genauigkeit. Durch Normierung von $\sum_{kl} A_{kl}^i = 1$ ergibt β^i die wahrscheinlichste Anzahl der zufälligen Koinzidenzen in Figur 20. $\alpha \cdot N_Y^i(k,l)$ ist die wahrscheinlichste Anzahl Bremsstrahlungsereignisse im Intervall (k,l) .

Aus Gleichung (5.3.1) mit den vier Parametern α , β^i , ρ und $\bar{n}$ sollen nun $\bar{n}$ und ρ bestimmt werden. Zu diesem Zwecke nehmen wir eine Poissonverteilung für die Wahrscheinlichkeit $\mathcal{L}_1^i(\alpha, \bar{n}, \rho, \beta^i)$ an.

$$\mathcal{L}_1^i(\alpha, \bar{n}, \rho, \beta^i) = \prod_{k,l} \frac{[S_{kl}^i]^{N_{kl}^i}}{N_{kl}^i!} \exp(-S_{kl}^i) \quad i = a, b \quad (5.3.2)$$

α und β^i können unabhängig von Formel (5.3.2) bestimmt werden. α erhält man aus der Anzahl N_e gemessener Positronen und der Ansprechwahrscheinlichkeit der Apparatur (siehe Formel (5.1.5)). Es ist

$$\alpha = N_e \cdot \epsilon = (5.829 \pm 0.079) \cdot 10^9.$$

β^i kann aus dem Verhältnis der gewählten Zeitfenster für die Erzeugung der Spektren der prompten und der zufälligen Ereignisse, deren unterschiedlichen Ansprechwahrscheinlichkeit ϵ_{el} und der Anzahl Ereignisse im gemessenen Spektrum $N_{kl}^{i'}$ berechnet werden. Die mit Formel (5.3.2) gefitteten Werte stimmen mit den berechneten Werten von α und β^i überein.

Unter der Annahme einer Gaussverteilung für die Wahrscheinlichkeitsverteilungen von α und β^i gilt:

$$\mathcal{L}_2^i(\alpha, \bar{\eta}, \rho, \beta^i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\alpha} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\beta} \exp \left[-(\alpha - \bar{\alpha})^2 / (2\sigma_\alpha^2) \right] \cdot \exp \left[-(\beta^i - \bar{\beta}^i)^2 / (2\sigma_\beta^2) \right] \cdot \mathcal{L}_1^i(\alpha, \bar{\eta}, \rho, \beta^i) \quad i = a, b \quad (5.3.3)$$

Dabei sind $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}^i$ die berechneten Werte und σ_α , σ_β ihre Fehler.

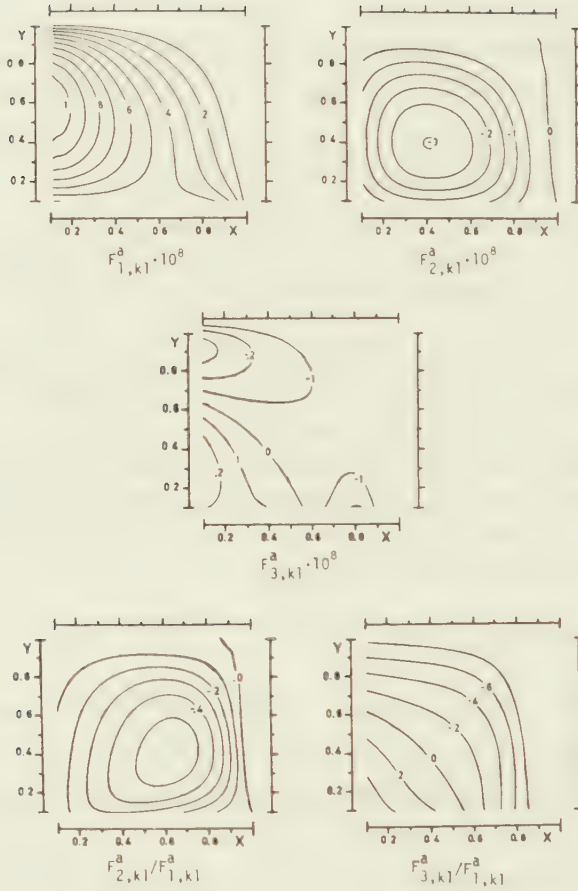
Die Parameter $\bar{\eta}$ und ρ können auch aus der gemessenen Winkelverteilung der vollständig konvertierten Ereignisse bestimmt werden. Dazu interpretieren wir die gemessenen dreidimensionalen Energieverteilungen N_{kl}^i ($i = c$, nach der Definition von Kapitel 4.2) als die Summe S_{kl}^c aus den Spektren des Bremsstrahlungszерfalls $N_Y^c(k, l, m)$ und der zufälligen Koinzidenzen A_{kl}^c :

$$S_{klm}^c = \alpha \cdot N_Y^c(k, l, m) + \beta^c \cdot A_{kl}^c = \alpha \cdot [F_{1,klm}^c + \bar{\eta} \cdot F_{2,klm}^c - \frac{4}{3} \cdot (\rho - \frac{3}{4}) \cdot F_{3,klm}^c] + \beta^c \cdot A_{kl}^c \quad (5.3.4)$$

Die Indizes k und l entsprechen den Kanalnummern von x und y . m bezieht sich auf das Winkelintervall, über das integriert wird. Dabei ist

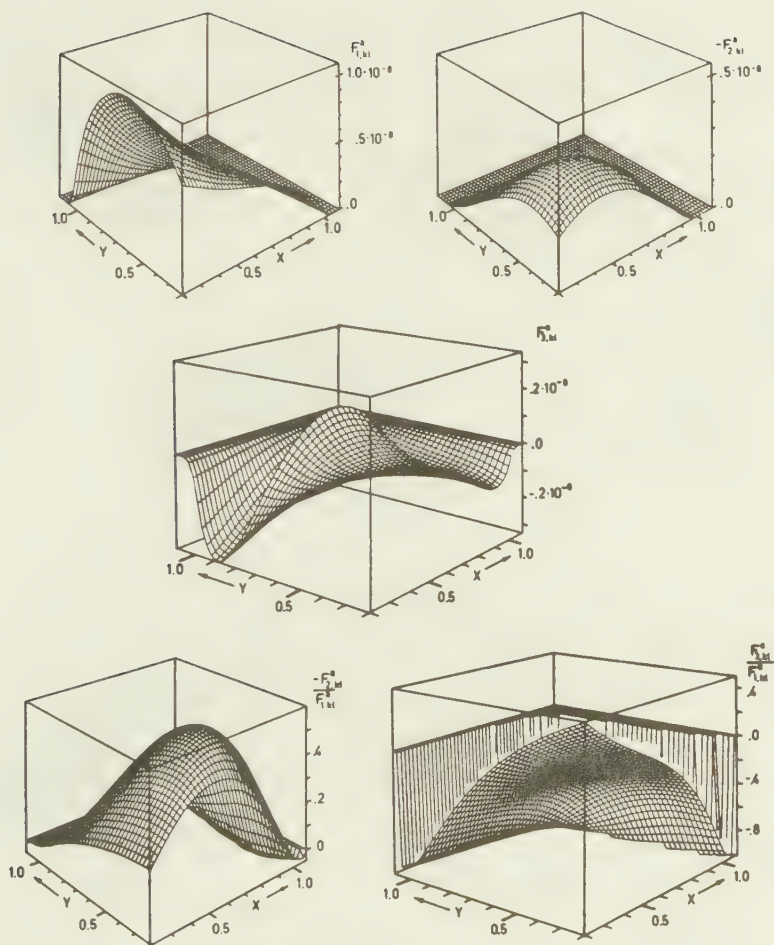
$$N_Y^c(k, l, m) = \frac{1}{N_\mu \cdot \epsilon} \cdot \int_k \int_l \int_{\cos\theta_{eY}^{m-1}}^{\cos\theta_{eY}^m} \frac{d^3 N_Y^c(x, y, \theta_{eY})}{dx \cdot dy \cdot d(\cos\theta_{eY})} dx \cdot dy \cdot d(\cos\theta_{eY})$$

mit Integration über das Energieintervall des i -ten und k -ten Kanals und über das Winkelintervall m . Die Funktionen $F_{j,klm}^c$ sind durch Formel (3.11) und (5.1.1) definiert:

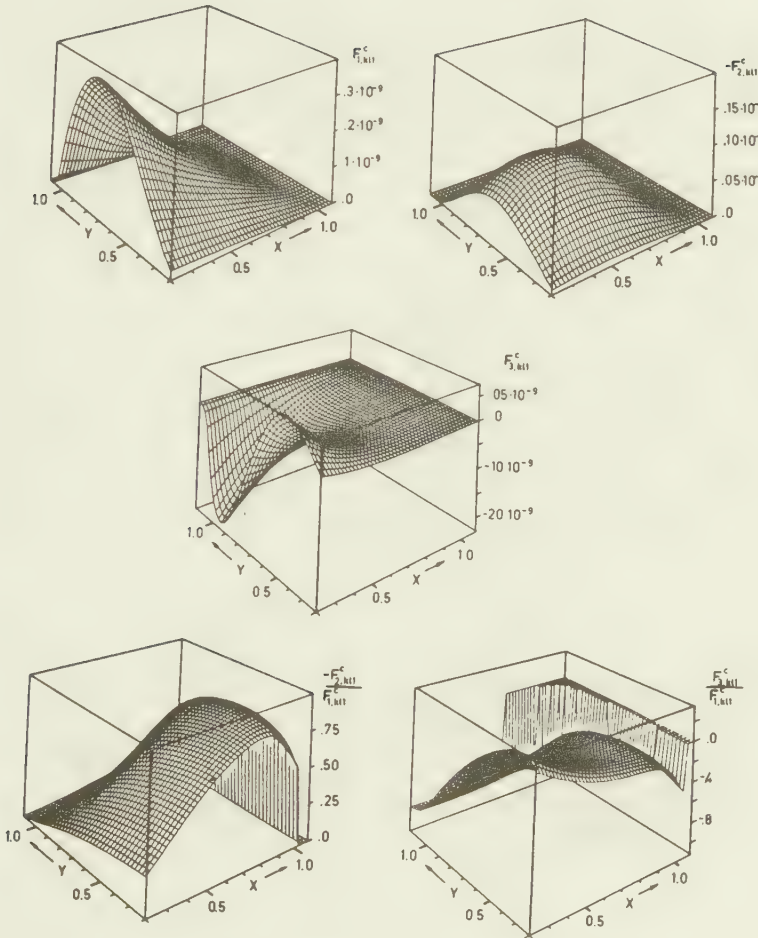


Figur 26: $F_{j,k}^a$ $j = 1, 2, 3$ sowie die Verhältnisse $F_{2,k}^a / F_{1,k}^a$ und $F_{3,k}^a / F_{1,k}^a$ für die unkonvertierten Ereignisse. Die Funktionen $F_{j,k}^a$ wurden aus den Funktionen $f_j(x, y, 0_{eY})$ von Formel (3.11) durch Faltung über die Auflösungsfunktionen gemäss Gleichung (5.1.1) berechnet.

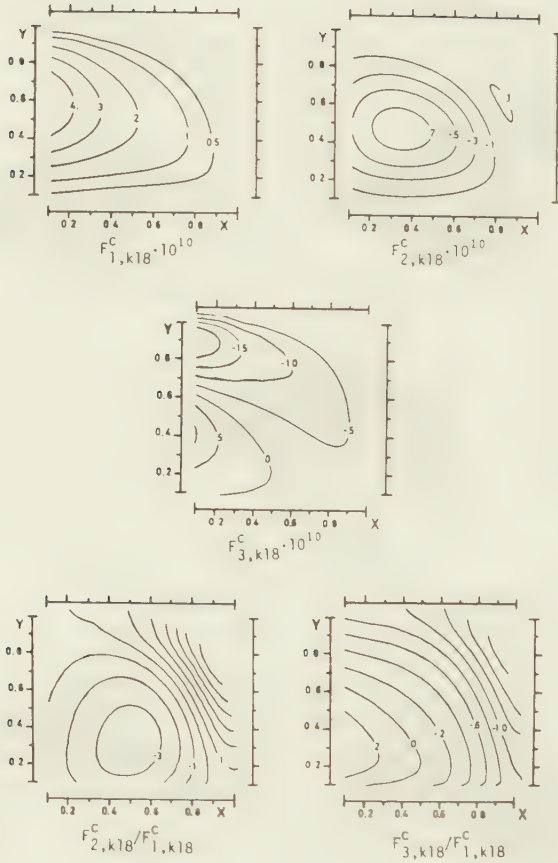
$F_{1,k}^a + \bar{n} \cdot F_{2,k}^a - \frac{4}{3} (\rho - \frac{3}{4}) \cdot F_{3,k}^a$ ist, normiert auf ein detektiertes Positron, die Wahrscheinlichkeit ein $\mu^+ e \nu \bar{\nu}$ Ereignis in der Apparatur zu beobachten, bei dem das Positron im Kanal k mit dem Energieintervall $\Delta x = 0.019$ und das Photon im Kanal l mit dem Energieintervall $\Delta y = 0.023$ liegt.



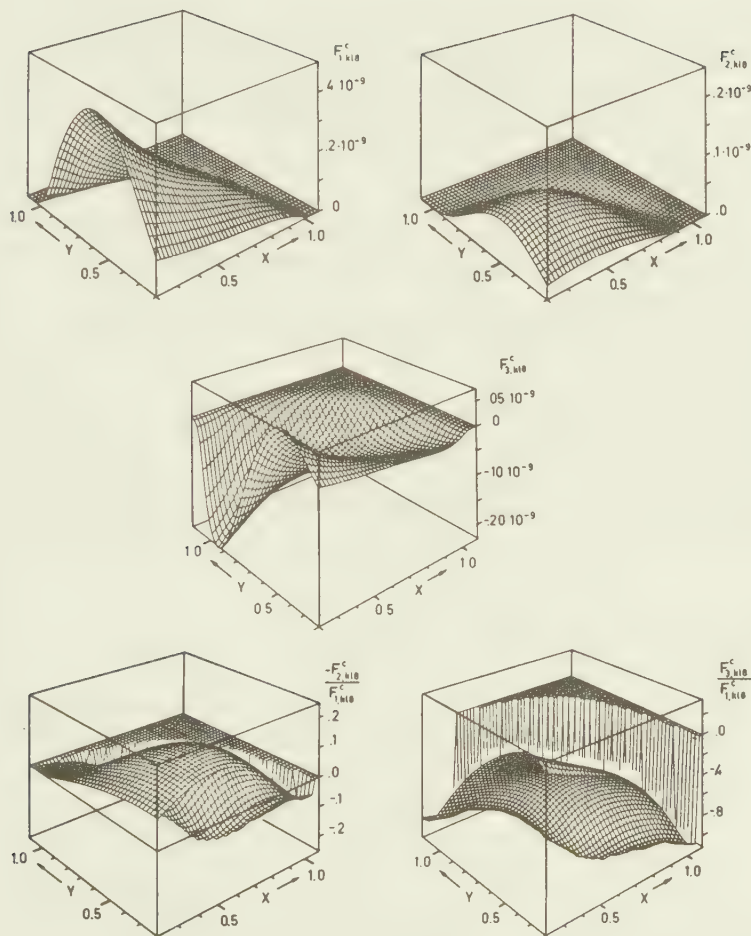
Figur 27: Perspektivische Darstellungen der in Figur 26 gezeigten Funktionen.



Figur 29: Perspektivische Darstellungen der in Figur 28 gezeigten Funktionen.



Figur 30: F_j^C , $j = 1, 2, 3$ sowie die Verhältnisse F_2^C/F_1^C , F_3^C/F_1^C für die vollständig konvertierten Ereignisse mit $149^\circ \leq \theta_{ey} \leq 158^\circ$. Uebrige Angaben analog zu Figur 28.



Figur 31: Perspektivische Dargestellungen der in Figur 30 gezeigten Funktionen.

$$F_{j,klm}^C = \int_k \int_l \int_{\cos \theta_{eY}^{m-1}}^{\cos \theta_{eY}^m} \left[\int_{x'=0}^1 \int_{y'=0}^1 f_j(x', y', \theta_{eY}^C) \cdot g_1(x, x') \cdot g_2^C(y, y') \cdot \epsilon_{eY}^C(x', y', \theta_{eY}^C) \cdot dx' \cdot dy' \right] \cdot d(\cos \theta_{eY}^C) \cdot dx \cdot dy.$$

(5.3.5)

mit $\theta_{eY}^0 = 180^\circ$ und $\theta_{eY}^8 = 149^\circ$.

Sie sind für $m = 1$ in Figur 28 und 29 und für $m = 8$ in Figur 30 und 31 dargestellt.

Der zufällige Untergrund A_{kl}^C wurde aus dem gemessenen Untergrund N_{klm}^C berechnet:

$$A_{kl}^C \propto \sum_l \sum_m N_{klm}^C \cdot \sum_k \sum_m N_{klm}^C, \quad \sum_{kl} A_{kl}^C = 1.$$

Für die Bestimmung von $\bar{n}$ und ρ wurde Formel (5.3.3) verwendet, wobei $i = c$ ist und

$$\mathcal{L}_1^C(\alpha, \bar{n}, \rho, \beta^i) = \prod_{kl} \frac{\left[S_{klm}^c \right]^{N_{klm}^C}}{N_{klm}^C!} \exp(-S_{klm}^C) \quad m = 1, \dots, 8 \quad (5.3.6)$$

6.1 RESULTATE

Mit Hilfe der in Kapitel 5.3 beschriebenen Methode wurden die wahrscheinlichsten Werte der Parameter $\bar{n}$ und ρ für die unkonvertierten, konvertierten und vollständig konvertierten Ereignisse (siehe Definitionen in Kapitel 4.3) bestimmt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 3 zusammengefasst. Aus dem wahrscheinlichsten Wert und der unten beschriebenen Unsicherheiten von $\bar{n}$ und ρ wurden die in Tabelle 3 angegebenen oberen Grenzen von $\bar{n}$ sowie die Fehler von ρ für die unkon-

Tabelle 3: Wahrscheinlichste Werte der Parameter $\bar{n}$ und ρ sowie obere Grenzen (68% Wahrscheinlichkeit) für $\bar{n}$. Die erste Spalte zeigt die Ereignisarten (siehe Definitionen in Kapitel 4.3). Die zweite Spalte zeigt die wahrscheinlichsten Werte für $\bar{n}$, die dritte Spalte die oberen Grenzen für $\bar{n}$. Die vierte Spalte zeigt die gefitteten Werte für ρ . Die fünfte und sechste Spalte zeigen die wahrscheinlichsten Werte für $\bar{n}$ beziehungsweise die oberen Grenzen unter der Annahme von $\rho = 0.750$.

Typ der Ereignisse	wahrscheinlichster Wert von $\bar{n}$	obere Grenze von $\bar{n}$	ρ	wahrscheinlichster Wert von $\bar{n}(\rho=0.75)$	obere Grenze von $\bar{n}(\rho=0.75)$
Unkonvertierte	-0.141	≤ 0.062	0.866 ± 0.063	-0.172	≤ 0.058
Konvertierte	0.24	≤ 0.34	0.74 ± 0.14	0.25	≤ 0.36
vollst. Konvertierte	0.18	≤ 0.28	0.565 ± 0.095	0.26	≤ 0.36
Konvertierte und Unkonvertierte	-0.033	≤ 0.062	0.846 ± 0.054	-0.036	≤ 0.062

vertierten, konvertierten, vollständig konvertierten Ereignisse und die Summe aller akzeptierten Ereignisse berechnet. Die angegebenen oberen Grenzen für $\bar{n}$ entsprechen einer Wahrscheinlichkeit von 68%, dass der wirkliche Wert kleiner ist. Für die Berechnung der Grenzen wurde innerhalb der physikalisch erlaubten Limiten $0 \leq \bar{n} \leq 1$ eine Gaussverteilung $\exp[-(\bar{n} - \bar{n}_0)^2/2\sigma^2]$ angenommen. Dabei ist $\bar{n}_0$ der wahrscheinlichste Wert und σ der Fehler von $\bar{n}$. Nach der Formel

$$\frac{\int_0^g e^{-(\bar{n} - \bar{n}_0)^2/2\sigma^2} d\bar{n}}{\int_0^1 e^{-(\bar{n} - \bar{n}_0)^2/2\sigma^2} d\bar{n}} = 0.68$$

wurde dann die Grenze g für 68% Wahrscheinlichkeit berechnet.

Aus den Formeln (5.3.1) bis (5.3.3) beziehungsweise (5.3.4) bis (5.3.6) folgt, dass die Fehler der gefitteten Parameter $\bar{\eta}$ und ρ durch folgende Anteile bestimmt werden:

- Die Anzahl $N^i = \sum_{k,l} N_{k,l}^i$ gemessener Ereignisse in der zweidimensionalen Energieverteilung,
- die Grösse der berechneten Fehler σ_α und σ_β von α beziehungsweise β^i ,
- die Unsicherheiten in den berechneten Verteilungen $N_Y^i(k,l)$, $i = a, b$, beziehungsweise $N_Y^C(k,l,m)$.

Der Einfluss dieser einzelnen Fehler auf die Genauigkeit von $\bar{\eta}$ und ρ ist in Tabelle 4 für die unkonvertierten (Typ a), in Tabelle 5 für die konvertierten (Typ b) und in Tabelle 6 für die vollständig konvertierten Ereignisse (Typ c) zusammengefasst. Dabei ist Σ die Unsicherheit in $\bar{\eta}$ und ρ , verursacht durch die zwei ersten der oben genannten Fehlerquellen. Der Einfluss der einzelnen Unsicherheiten in der Funktion $N_Y^i(k,l)$ $i = a, b$ und $N_Y^C(k,l,m)$ auf die Fehler von $\bar{\eta}$ und ρ wurde separat analysiert und soll im folgenden diskutiert werden.

$\Delta\epsilon_i$: Wie in Kapitel 5.1 besprochen, sind die aus Ref. (20) verwendeten Photonenabschwächungskoeffizienten λ nur auf 10% genau (siehe Ref. (21)). Der entsprechende Einfluss $\Delta\epsilon_i$, $i = a, b, c$ auf den Fehler von $\bar{\eta}$ und ρ wurde durch Variation von λ um $\pm 10\%$ berechnet. Er ist für die unkonvertierten und konvertierten Ereignisse entgegengesetzt korreliert und wird deshalb durch Mitteilung der beiden Resultate grösstenteils eliminiert.

$\Delta\epsilon_{e_Y}(\theta_{e_Y})$: Unsicherheiten in der Winkelakzeptanz $\epsilon_{e_Y}(\theta_{e_Y})$, die den Fehler in $\bar{\eta}$ und ρ beeinflussen, sind wegen der Normierung auf die Anzahl N_e gemessener Positronen im Positro-

Tabelle 4a: Beiträge zu den Fehlern $\Delta\bar{n}$ und $\Delta\rho$ für die unkonvertierten Ereignisse. Die Bedeutung der einzelnen Fehlertypen ist im Text erklärt. Der Gesamtfehler ist die Wurzel aus der Summe der Quadrate der Einzelfehler.

Fehlertyp	$\Delta\bar{n}$	$\Delta\rho$
Σ	0.049	0.029
$\Delta\epsilon_a (\Delta\lambda/\lambda = \pm 10\%)$	-0.067 +0.064	+0.027 -0.028
$\Delta\epsilon_{e\gamma}(\theta_{e\gamma}; \Delta\Omega_{\gamma}/\Omega_{\gamma} = \pm 3.1\%)$	0.066	0.030
$\Delta_{DE}(DE = 4.8 \pm 1.8 \text{ MeV})$	0.001	0.032
$\Delta g_1^1(\Delta\text{Halbwertsbreite}/\text{Halb.breite} = \pm 0.15\%)$	0.001	0.001
$\Delta g_2^1(\Delta\text{Halbwertsbreite}/\text{Halb.breite} = \begin{smallmatrix} +1.1\% \\ -0.7\% \end{smallmatrix})$	0.020	0.020
Δg_2^2	0.007	0.007
$\Delta g_2^3(y \ll y') = g_1^3(x \ll x')$	0.012	0.005
$\Delta g_2^4(\bar{n} = 0.062)$	0.013	0.003
Gesamtfehler	+0.108 -0.110	0.063

Tabelle 4b: Beiträge zu den Fehlern $\Delta\bar{\eta}$ für die unkonvertierten Ereignisse unter der Annahme von $\rho = 0.750$. Die Bedeutung der einzelnen Fehlertypen ist im Text erklärt.

Fehlertyp	$\Delta\bar{\eta}$
Σ	0.048
$\Delta c_a (\Delta\lambda/\lambda = \pm 10\%)$	-0.078 +0.068
$\Delta\epsilon_{e\gamma}(\theta_{e\gamma}; \Delta\Omega_Y/\Omega_Y = \pm 3.1\%)$	0.074
$\Delta_{DE} (DE = 4.8 \pm 1.8 \text{ MeV})$	0.013
$\Delta g_1^1 (\Delta\text{Halbwertsbreite}/\text{Halb.breite} = \pm 0.15\%)$	0.002
$\Delta g_2^1 (\Delta\text{Halbwertsbreite}/\text{Halb.breite} = \begin{smallmatrix} +1.1\% \\ -0.7\% \end{smallmatrix})$	0.020
Δg_2^2	0.005
$\Delta g_2^3 (y \ll y') = g_1^3 (x \ll x')$	0.010
$\Delta g_2^4 (\bar{\eta} = 0.062)$	0.009
Gesamtfehler	+0.115 -0.121

Tabelle 5a: Beiträge zu den Fehlern $\Delta\bar{\eta}$ und $\Delta\rho$ für die konvertierten Ereignisse. Die Bedeutung der einzelnen Fehlertypen ist im Text erklärt. Der Gesamtfehler ist die Wurzel aus der Summe der Quadrate der Einzelfehler.

Fehlertyp	$\Delta\bar{\eta}$	$\Delta\rho$
Σ	0.059	0.038
$\Delta\epsilon_b (\Delta\lambda/\lambda = \pm 10\%)$	+0.095 -0.133	-0.043 +0.061
$\Delta\epsilon_{e\gamma}(\theta_{e\gamma}; \Delta\Omega_{\gamma}/\Omega_{\gamma} = \pm 3.1\%)$	0.052	0.024
$\Delta\epsilon_{e\gamma}(x,y)$	0.100	0.067
$\Delta_{DE}(DE = 4.8 \pm 1.8 \text{ MeV})$	0.037	0.043
$\Delta g_1^1(\Delta\text{Halbwertsbreite}/\text{Halb.breite} = \pm 0.15\%)$	0.002	0.002
$\Delta g_1^3(x \ll x')$	0.008	0.001
$\Delta g_2^1(\Delta\text{Halbwertsbreite}/\text{Halb.breite} = +2.6\%-2.0\%)$	0.020	0.067
Δg_2^2	0.035	0.063
$\Delta g_2^3(y \ll y')$	0.011	0.006
$\Delta g_2^4(\bar{\eta} = 0.062)$	0.003	0.037
Gesamtfehler	+0.169 -0.193	+0.148 -0.142

Tabelle 5b: Beiträge zu den Fehlern $\Delta\bar{\eta}$ für die konvertierten Ereignisse unter der Annahme von $\rho = 0.750$. Die Bedeutung der einzelnen Fehlertypen ist im Text erklärt.

Fehlertyp	$\Delta\bar{\eta}$
Σ	0.054
$\Delta\epsilon_b(\Delta\lambda/\lambda = \pm 10\%)$	+0.134 -0.164
$\Delta\epsilon_{e\gamma}(\theta_{e\gamma}; \Delta\Omega_{\gamma}/\Omega_{\gamma} = \pm 3.1\%)$	0.071
$\Delta\epsilon_{e\gamma}(x, y)$	0.068
$\Delta DE(DE = 4.8 \pm 1.8 \text{ MeV})$	0.053
$\Delta g_1^1(\Delta\text{Halbwertsbreite}/\text{Halb.breite} = \pm 0.15\%)$	0.002
$\Delta g_1^3(x \ll x')$	0.008
$\Delta g_2^1(\Delta\text{Halbwertsbreite}/\text{Halb.breite} = \pm 2.6\%)$	0.027
Δg_2^2	0.036
$\Delta g_2^3(y \ll y')$	0.014
$\Delta g_2^4(\bar{\eta} = 0.062)$	0.023
Gesamtfehler	+0.190 -0.212

Tabelle 6a: Beiträge zu den Fehlern $\Delta\bar{\eta}$ und $\Delta\rho$ für die vollständig konvertierten Ereignisse. Die Bedeutung der einzelnen Fehlertypen ist im Text erklärt. Der Gesamtfehler ist die Wurzel aus der Summe der Quadrate der Einzelfehler.

Fehlertyp	$\Delta\bar{\eta}$	$\Delta\rho$
Σ	0.054	0.035
$\Delta\epsilon_c (\Delta\lambda/\lambda = \pm 10\%)$	+0.088 -0.109	-0.042 +0.052
$\Delta\epsilon_{e_Y} (\Theta_{e_Y}; \Delta\Omega_Y/\Omega_Y = \pm 3.1\%)$	0.018	0.036
$\Delta_{DE} (DE = 4.8 \pm 1.8 \text{ MeV})$	0.030	0.029
$\Delta g_1^1 (\Delta\text{Halbwertsbreite}/\text{Halb.breite} = \pm 0.15\%)$	0.001	0.001
$\Delta g_1^3 (x \ll x')$	0.003	0.001
$\Delta g_2^1 (\Delta\text{Halbwertsbreite}/\text{Halb.breite} = +2.6\%-2.0\%)$	0.012	0.019
Δg_2^2	0.034	0.035
$\Delta g_2^3 (y \ll y')$	0.015	0.008
$\Delta g_2^4 (\bar{\eta} = 0.062)$	0.002	0.002
ΔP_H	0.105	0.042
Gesamtfehler	+0.156 -0.167	+0.092 -0.098

Tabelle 6b: Beiträge zu den Fehlern $\Delta \bar{n}$ für die vollständig konvertierten Ereignisse unter der Annahme von $\rho = 0.750$. Die Bedeutung der einzelnen Fehlertypen ist im Text erklärt.

Fehlertyp	$\Delta \bar{n}$
Σ	0.054
$\Delta \varepsilon_c (\Delta \lambda / \lambda = \pm 10\%)$	+0.099 -0.122
$\Delta \varepsilon_{eY} (\theta_{eY}; \Delta \Omega_Y / \Omega_Y = \pm 3.1\%)$	0.027
$\Delta_{DE} (DE = 4.8 \pm 1.8 \text{ MeV})$	0.043
$\Delta g_1^1 (\Delta \text{Halbwertsbreite} / \text{Halb.breite} = \pm 0.15\%)$	0.001
$\Delta g_1^3 (x \ll x')$	0.004
$\Delta g_2^1 (\Delta \text{Halbwertsbreite} / \text{Halb.breite} = \begin{smallmatrix} +2.6\% \\ -2.0\% \end{smallmatrix})$	0.011
Δg_2^2	0.021
$\Delta g_2^3 (y \ll y')$	0.017
$\Delta g_2^4 (\bar{n} = 0.062)$	0.001
ΔP_H	0.115
Gesamtfehler	+0.171 -0.186

nendetektor im wesentlichen nur auf die Unsicherheiten im Photonenraumwinkel Ω_Y zurückzuführen. Aus der Unsicherheit von 3 mm des Abstandes $d = 194$ mm zwischen Target und Photonenkollimator sowie der Unsicherheit von 0.12 mm des Radius $R = 50.32$ mm des Kollimators wurde der Fehler $\Delta\Omega_Y = 3.1\%$ im Photonenraumwinkel berechnet.

Δ_{DE} : Wie in Kapitel 5.2 besprochen, wurde der Energieverlust der Positronen in den Zählern S7, S8 und im NaJ_e -Fenster zu $DE = 4.8 \pm 1.8$ MeV bestimmt.

Δg_1^1 : Wie in Kapitel 5.2 besprochen, wurde die Halbwertsbreite der Auflösungsfunktion $g_1(\frac{x}{x_1})$ des NaJ_e -Detektors aus dem gemessenen Positronenspektrum des $\mu \rightarrow e \nu \bar{\nu}$ Zerfalls bestimmt. Der Fehler in der Halbwertsbreite ergab sich aus den χ^2+1 Werten des Fits.

Δg_1^3 : Der Fehler in der Amplitude der Auflösungsfunktion $g_1(x \ll x')$ wurde aus den χ^2+1 Werten des Fits (siehe Kapitel 5.2) bestimmt.

Δg_2^1 : Die Halbwertsbreite der Auflösungsfunktion $g_2^i(\frac{y}{y_1})$ des NaJ_Y -Detektors wurde mit Hilfe eines Fits aus dem gemessenen Photonenpektrum des $\mu \rightarrow e \nu \bar{\nu} \gamma$ Zerfalls bestimmt (siehe Kapitel 5.2). Aus den χ^2+1 Werten des Fits wurde der Fehler in der Halbwertsbreite bestimmt.

Δg_2^2 : Um Diskrepanzen zwischen der verwendeten theoretischen Auflösungsfunktion $g_2^i(\frac{y}{y_1})$ und der wirklichen physikalischen Funktion $g_2^i(y, y')$ zu berücksichtigen, wurden für je vier verschiedene Energiebereiche mit den Energieschwellen $E_e \geq 21$ MeV, $E_e \geq 26$ MeV, $E_Y \geq 20$ MeV und $E_Y \geq 26$ MeV die entsprechenden Auflösungsfunktionen $g_2^i(\frac{y}{y_1})$ bestimmt.

Δg_2^3 : Wie in Kapitel 5.2 erwähnt, wurde für die konvertierten Ereignisse die Amplitude der Energieauflösungsfunktion $g_2^i(y < y')$ auf $(0.6 \pm 0.6)\%$ des Maximums von $g_2^i(\frac{y}{y_1})$ bestimmt.

Δg_2^4 : Da die Energieauflösungsfunktion $g_2^i(\frac{y}{y_1})$ aus dem gemessenen Photonspektrum des $\mu + e\nu\bar{\nu}\gamma$ Zerfalls bestimmt werden musste, ist sie mit den Werten von $\bar{n}$ und ρ korreliert. Zuerst wurde daher g_2^i unter der Annahme von $\bar{n} = 0.00$, dann unter der Annahme von $\bar{n} = 0.062$ gemäss Kapitel 5.2 bestimmt. Die Differenz dieser zwei Fits wurde als Fehler berücksichtigt.

ΔP_H : Für die Auswertung der vollständig konvertierten Ereignisse wurde in Formel (5.1.1) und (5.3.5) die gemessene Konversionswahrscheinlichkeit $P_H(y) = \int P_H(y') \cdot g_2^C(y, y') \cdot dy'$ an Stelle der Wahrscheinlichkeit $P_H(y')$ verwendet. y' ist dabei die Energie des einfallenden Photons und y die vom Detektor gemessene Energie. Zur Abschätzung des Fehlers, der durch diese Näherung entsteht, wurde $F_{j,klm}^C$ zuerst gemäss Formel (5.3.5) berechnet, dann mit $P_H(y)$ vor dem Faltungsintegral. Die Differenz dieser zwei Fits nennen wir ΔP_H .

$\Delta \epsilon_{e\gamma}(x, y)$: Um die Konsistenz der Resultate zu prüfen, wurden alle Fits an den zweidimensionalen (e, γ) Spektren für vier verschiedene Energieschwellen $E_e \geq 21$ MeV, $E_e \geq 26$ MeV, $E_\gamma \geq 20$ MeV und $E_\gamma \geq 26$ MeV durchgeführt. Die Ergebnisse stimmten gut überein, ausser bei den unkonvertierten Ereignissen (Typ b), wo ein systematischer Fehler nicht ganz ausgeschlossen werden konnte. Deshalb wurde dort die maximale Abweichung vom Mittelwert dieser Fits als Fehler mitberücksichtigt.

6.2 DISKUSSION DER RESULTATE

Zur Bestimmung der Parameter $\bar{\eta}$ und ρ aus der Winkelverteilung der vollständig konvertierten Ereignisse muss die Abhängigkeit der Auflösungsfunktion vom Auftreffpunkt der Teilchen im Positronen- und Photonen-detektor berücksichtigt werden. Da dies jedoch für den Photonendetektor wegen der geringen Statistik nicht möglich war (siehe Kapitel 5.2), musste ein über die Eintrittsfläche der Detektoren gemittelte Auflösungsfunktion verwendet werden. Da der Einfluss dieser Näherung schlecht abschätzbar ist, und zudem die Bedeutung dieses Datensatzes für das Endergebnis klein ist, wurde auf eine vollständige Auswertung dieser Ereignisse verzichtet.

Aus den vollständig analysierten unkonvertierten und konvertierten Ereignissen bestimmten wir für $\bar{\eta}$ eine obere Grenze von

$$\bar{\eta} \leq 0.062 \quad (68\% \text{ Wahrscheinlichkeit})$$

sowie für ρ den Wert

$$\rho = 0.846 \pm 0.054 \quad (68\% \text{ Wahrscheinlichkeit}).$$

Bis heute wurde $\bar{\eta}$ erst in einem einzigen Experiment bestimmt, und zwar von Bogart und Mitarbeiter (4) zu $\bar{\eta} = 0.09 \pm 0.14$, was mit 68% Wahrscheinlichkeit einer oberen Grenze von $\bar{\eta} \leq 0.20$ entspricht. Wie aus Tabelle 3 bis 6 ersichtlich ist, sind die gemessenen $\bar{\eta}$ -Werte für die verschiedenen Typen von Ereignissen in sich konsistent und in guter Uebereinstimmung mit dem Wert $\bar{\eta} = 0$ der V-A Theorie. Der gemeinsame Fit von $\bar{\eta}$ und ρ an die experimentellen Daten ergibt einen Wert für ρ , der um beinahe zwei Standardabweichungen vom bisherigen Literaturwert $\rho = 0.7518 \pm 0.0026$ (3) abweicht. Wie wir in Kapitel 3.1 gesehen haben, ist die Empfindlichkeit des Bremsstrahlungszерfalls auf $(\rho - 3/4)$ für kleine Positron- und Photonenergien ($x, y < 0.5$) und $\theta_{e\gamma} < 180^\circ$ am grössten. Die Empfindlichkeit auf $(\rho - 3/4)$ ist etwa gleich gross wie auf $\bar{\eta}$ bei $\theta_{e\gamma} \approx 180^\circ$. Das vorliegende Experiment wurde jedoch zur Messung eines möglichen $\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma$ Zerfalls d.h. für grosse Positron- und Photonenergien ($x, y \approx 1$) und $\theta_{e\gamma} \approx 180^\circ$ ausgelegt. Die dadurch bedingte geringe Empfindlichkeit auf ρ erklärt den ungenauen Wert.

Unter Verwendung der aus diesem Experiment bestimmten Grenze von $\bar{\eta} \leq 0.062$ und der in Tabelle 1 von Kapitel 2 angegebenen Messwerte für α/A , β/A , α'/A , β'/A , ρ , η , ξ , δ und ξ' können obere Grenzen für die Anteile der Kopplungen g_S , g_P und g_T berechnet werden. Analog der in Kapitel 3.3 beschriebenen Methode wurde

$$\chi^2 = \sum_i (\lambda_i - \lambda_i^0)^2 / \sigma(\lambda_i)^2$$

berechnet. Dabei wurde über die oben angegebenen Parameter λ_i mit den Messwerten λ_i^0 und den Messfehlern $\sigma(\lambda_i)$ summiert. Daraus berechneten wir die Grenzen

$$g_S \leq 0.29 g_V \quad g_P \leq 0.27 g_V \quad g_T \leq 0.23 g_V \quad \text{und}$$

$$0.92 g_V \leq g_A \leq 1.27 g_V .$$

7. VERBESSERUNGSVORSCHLÄGE FÜR EIN NEUES EXPERIMENT ZUR MESSUNG VON $\bar{\eta}$ AUS DEM BREMSSTRAHLUNGSZERFALL $\mu \rightarrow e \nu \bar{\nu} \gamma$ UNPOLARISierter MYONEN

Die grössten Unsicherheiten des Parameters $\bar{\eta}$ stammen von den Unsicherheiten des Photonenraumwinkels Ω_γ , der Auflösungsfunktion $g_2^i(y, y')$ des Photonendetektors und der Ansprechwahrscheinlichkeit des Konverters (siehe Kapitel 6.1).

$\Delta \epsilon_{e\gamma}$: Die Unsicherheiten im Raumwinkel Ω_γ , hauptsächlich verursacht durch die Unsicherheit von 3 mm des Abstandes $d = 194$ mm zwischen Target und Kollimator, dürfte durch bessere Fixierung des Targets und bessere Messeinrichtung wie z.B. Laser mit Leichtigkeit um einen Faktor drei verkleinert werden können.

Δg_2^i : Die Unsicherheit der Auflösungsfunktion $g_2^i(y, y')$ ist so gross, da g_2^i aus dem Photonenspektrum des $\mu \rightarrow e \nu \bar{\nu} \gamma$ Zerfalls bestimmt wer-

den musste. Mit einem modifizierten Photonendetektor, der auch zur Messung der Positronen aus dem normalen μ -Zerfall geeignet ist oder leicht dafür umgebaut werden kann, verkleinert sich die Unsicherheit von $g_2^i(y, y')$ auf diejenige von $g_1(x, x')$.

$\Delta \epsilon_C$: Die Unsicherheit der Ansprechwahrscheinlichkeit des Konverters ist zu gross, als dass ein Konverter für ein neues $\mu \rightarrow e \nu \bar{\nu} \gamma$ Experiment gerechtfertigt wäre. Dies kann abgeleitet werden aus dem unbedeutenden Einfluss der vollständig konvertierten Ereignisse auf das Schlussresultat beziehungsweise aus der schlechten Statistik, der Unsicherheit und Schwierigkeit der Auswertung sowie dem Rechenzeitaufwand für die Analyse dieser Ereignisse. Will man auf eine Messung der Winkelabhängigkeit $\theta_{e\gamma}$ nicht verzichten, so müsste der NaJ-Kristall aus kleinen z.B. quadratischen oder sechseckigen Modulen zusammengesetzt werden (siehe dazu Ref. (23)). Aus der dann von den einfallenden Teilchen erzeugten unterschiedlichen Lichtintensitäten in den verschiedenen NaJ-Modulen kann der Auftreffpunkt der Teilchen bestimmt werden. Da in dieser Anordnung die Auflösungsfunktion $g_2^i(y, y')$ stärker vom Auftreffwinkel und -ort abhängt als ohne verschiedene NaJ-Module, müssen die entsprechenden komplizierten Korrelationen untersucht werden. Die Unsicherheiten in $g_2^i(y, y')$ sind grösser als bei der Verwendung eines einzigen grossen NaJ-Kristalles.

Somit ergibt sich die Schlussfolgerung, dass bei gleicher Statistik wie im vorliegenden Experiment der Fehler von $\bar{\eta}$ mit einer modifizierten Messapparatur um den Faktor 1.7 verkleinert werden könnte.

LITERATURVERZEICHNIS

- 1) F. Scheck, Phys. Reports 44 (1978) 188.
- 2) A.M. Sachs und A. Sirlin. In "Muon Physics" (V. W. Hughes und C. S. Wu ed.), Vol. II, Seite 50 ff., Academic Press, New York (1975).
- 3) S. E. Derenzo, Phys. Rev. 181 (1969) 1854.
- 4) E. Bogart, E. Di Capua, P. Némethy und A. Strelzoff, Phys. Rev. 156 (1967) 1405.
- 5) H. P. Povel, W. Dey, H. K. Walter, H.-J. Pfeiffer, U. Sennhauser, J. Egger, H. J. Gerber, M. Salzmann, A. van der Schaaf, W. Eichenberger, R. Engfer, E. Hermes, F. Schlepütz, U. Weidmann, C. Petitjean und W. Hesselink, Phys. Lett. 72B (1977) 183.
- 6) A. van der Schaaf, R. Engfer, H. P. Povel, W. Dey, H. K. Walter und C. Petitjean, Nucl. Phys., Intermediate Energy, A340 (1980) 249.
- 7) F. Corriveau, J. Egger, W. Fetscher, H. J. Gerber, K. Johnson, H. Kaspar, H. J. Mahler, M. Salzmann, F. Scheck, Proc. of the 8th Int. Conf. on High Energy Phys. & Nucl. Structure, 1979, Vancouver.
- 8) M. P. Balandin, V. M. Grebenyuk, V. G. Zinov, A. D. Konin und A. N. Ponomarev, engl. Uebersetzung von Sov. Phys. JETP, 40 (1974) 811.
- 9) I. I. Gurevich, L. A. Makariyna, B. A. Nikol'ski, B. V. Sokolov, L. V. Surkora, S. Kh. Khakimov, V. D. Shestakov, Yu. P. Dobretsov und V. V. Akhmanov, Phys. Lett. 11 (1964) 185.

- 10) D. Fryberger, Phys. Rev. 166 (1968) 1379.
- 11) H. Mahler, Dissertation ETH Zürich (1980).
- 12) I. Mohammed und A. Donachie, Radiative Corrections to Radiative Muon Decay, Ref. TH. 2127-CERN.
- 13) I. Mohammed und A. Donnachie, Higher Order Corrections to Radiative Muon Decay in the Weinberg-Salam Model, Ref. TH. 2132-CERN.
- 14) R. E. Behrends, R. J. Finkelstein und A. Sirlin, Phys. Rev. 101 (1956) 866.
- 15) C. Fronsda1 und H. Ueberall, Phys. Rev. 113 (1959) 654.
- 16) S. G. Eckstein und R. H. Pratt, Ann. of Phys. 8 (1959) 654.
- 17) C. Jarlskog, Nucl. Phys. 75 (1966) 659.
- 18) C. Jarskog, Nucl. Phys. B25 (1971) 543.
- 19) A. van der Schaaf, A Search for the Decay $\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma$ (1980), Dissertation Universität Zürich, unveröffentlicht.
- 20) C. M. Davisson. In "Alpha-, Beta- and Gamma-Ray Spectroscopy" (K. Siegbahn ed.) Vol. 1, Seite 827, North-Holland Publishing Company, Amsterdam (1974).
- 21) E. Strom und H. J. Israel, Nucl. Data Tables A7 (1969) 565.
- 22) T. Kinoshita und A. Sirlin, Phys. Rev. 113 (1959) 1652.
- 23) W. W. Kinnison, A Search for $\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma$, Thesis Enrico Fermi Institute, University of Chicago.

VERDANKUNGEN

Die rasante Entwicklung der Elementarteilchenphysik in den letzten Jahren bedingte immer grössere Teilchenbeschleuniger und Messapparaturen. Experimente auf diesem Gebiet konnten nur noch durch die Zusammenarbeit verschiedenster Spezialisten bewerkstelligt werden. So entstand auch die vorliegende Arbeit am SIN innerhalb einer Gruppe von Physikern der Universität Zürich, der ETH Zürich und des SIN.

Zuerst möchte ich meinem Doktorvater Prof. Dr. R. Engfer ganz besonders danken. Er ist einer der wenigen, die die Grenzen zwischen vernünftigem und unvernünftigem Aufwand sehen und auch bei Stürmen und Schwierigkeiten Verständnis zeigen und das Ziel nicht aus den Augen verlieren.

Den Herren H. P. Povel und A. van der Schaaf bin ich für die vielen fruchtbaren Anregungen und Diskussionen zu besonderem Dank verpflichtet.

Danken möchte ich auch den Herren F. J. Hartmann, W. Wilhelm, C. Kost und S. Adam. Sie stellten mir ihre Plotprogramme zur Verfügung und ermöglichten so die Herstellung vieler der gezeigten Figuren.

Neben den in Ref. 5 angeführten Mitarbeitern bin ich besonders den Herren W. Dey, C. Petitjean, H. P. Povel, H. K. Walter und A. van der Schaaf zu Dank verpflichtet. Sie waren besorgt, dass neben der Priorität des Experimentes, die Suche nach dem $\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma$ Zerfall, auch der "Untergrund", nämlich der $\mu^+ \rightarrow e^+ \nu_e \bar{\nu}_\mu \gamma$ Zerfall, in auswertbarer Form mitgemessen wurde.

Die mechanischen Werkstätten der Universität Zürich und des SIN waren beim Aufbau der Apparatur behilflich.

Diese Arbeit wurde unterstützt durch den Schweizerischen Nationalfonds für die wissenschaftliche Forschung sowie das Schweizerische Institut für Nuklearforschung.

An dieser Stelle möchte ich meinem ehemaligen Physiklehrer an der Mittelschule, Prof. Dr. Josef Mäder, recht herzlich danken. Seine grosse Menschlichkeit und Freude an der Physik haben in meinem jungen Leben einen tiefen Eindruck hinterlassen.

CURRICULUM VITAE

Name und Vorname	Eichenberger Walter Josef
Bürgerort	Luzern und Burg AG
Geburtsdatum	16. August 1949
Geburtsort	Luzern
1957 - 1962	Primarschule in Luzern
1962 - 1970	Gymnasium Kantonsschule Luzern
1970	Maturität Typus A
1970 - 1975	ETH Zürich, Studium der Experimentalphysik
1975 - 1980	Assistent am Physik-Institut der Universität Zürich
seit 1980	Kernphysiker bei der Elektrowatt Ingenieurunter- nehmung AG, Zürich

Die Dissertation ist unter der Leitung von Prof. Dr. Engfer entstanden.

Vorlesungen und Uebungen besuchte ich bei folgenden Dozenten:

W. Baltensperger, H. U. Baumann, R. Bieri, G. Busch, R. Engfer,
H. Fischer, H. J. Gerber, F. Gimmi, R. Gut, H. Gränicher, F. Heinrich,
K. Hepp, M. Jeger, M. A. Knus, M. P. Locher, P. Marmier,
V. Meyer, R. Müller, A. Pfluger, F. Scheck, C. Schmid, M. Simonius
E. Stiefel, N. Straumann, K. Voss, W. Wöfli, C. A. Zehnder.

